









संस्कृत B.A., M.A., Ph.D. शास्त्री तथा आचार्य्य छात्रोपयोगी

गद्य लहरी

लेखक

पंडित जमीता रामात्मज कवितार्किक

ज्योतिष शास्त्र निष्णात ॥

पं० ज्ञानचन्द्र शर्मा वेदान्त शास्त्री

015,6wM
152-J5

Publisher

SANSAR CHAND SHARMA

25-C, GREEN PARK, EXTENSION

DELHI

Price Re. 1-00

015.6w M

152 J5

❀ मुमुक्षु भवन वेद वेदाङ्ग पुस्तकालय ❀

वा रा' ग सी ।

आगत क्रमांक..... 0406

दिनांक..... 30/5

1955

0805

की
नों
ना
ने
की
।
गौर
को
बे
कर
संघ
प्र
हिं
प्ट
के
यं
जर
ए
य
:

CC-0. Mumukshu Bhawan Varanasi Collection. Digitized by eGangotri

015.6w M
152J5

❀ मुमुक्षु भवन वेद वेदाङ्ग पुस्तकालय ❀

वाराणसी ।

आगत क्रमांक..... 0406

दिनांक..... 30/5

1955

गुणाढ्य ई० 78

सब से प्राचीन कथा ग्रन्थ गुणाढ्य की बृहत्कथा है यह ग्रन्थ अब अप्राप्य है। बुधस्वामी का 'बृहत्कथाश्लोकसंग्रह' क्षेमेन्द्र की बृहत्कथामंजरी और सोमदेव का कथासरितसागर यह तीनों ग्रन्थ बृहत्कथा के संक्षिप्त रूप हैं। शिव पार्वती को एक कथा सुना रहे थे। वह कथा उनके एक शिष्य पुष्पदन्त ने सुन ली। पार्वती ने उसको शाप दिया, उसका भाई माल्यवान् बीच में अपने भाई की ओर से कुछ कहने लगा। उस पर पार्वती ने उसे भी शाप दे दिया। पुष्पदन्त को यह शाप दिया कि वह मनुष्य के रूप में उत्पन्न हो और दानव काणभूति को यह कथा सुना कर पुनः अपनी पूर्व अवस्था को प्राप्त होगा। माल्यवान् को यह शाप दिया कि वह भी मनुष्य के रूप में उत्पन्न होगा और दानव काणभूति को यह कथा सुना कर अपनी पूर्व अवस्था को प्राप्त होगा। तदनुसार पुष्पदन्त प्रसिद्ध वैयाकरण एवं नन्द राजाओं के मन्त्री वररुचि के रूप में उत्पन्न हुए। जीवन के अन्तिम दिनों में वह विन्ध्याचल के बन में गये। वहाँ काणभूति को यह कथा सुनाई और अपनी पूर्व अवस्था को प्राप्त हुए। माल्यवान् गुणाढ्य के रूप में उत्पन्न हुए और ब्रह्म प्रतिष्ठान के राजा सातवाहन का मन्त्री हुआ। राजा संस्कृत नहीं जानता था। एक समय जलक्रीड़ा में जल के छींटों से तृप्त होकर स्त्रियों ने सातवाहन से कहा 'मोदक देहि राजन्' अर्थात् राजन् पानी मत फेंको। परन्तु सातवाहन संस्कृत भाषा में निपुण न होने के कारण समझा कि लड्डू मांगती हैं और यह समझ कर उनको लड्डू दिये। इस पर सब स्त्रियाँ हंसने लगीं। वह ग्रन्थपुर में रानियों के पास जाने से लज्जित होता था 'क्योंकि

उनमें से कुछ संस्कृत अच्छी तरह जानती थीं। उसने अपने दरबारी पण्डितों को इसलिये इकट्ठा किया कि वह उसे संस्कृत कम से कम समय में और कम से कम परिश्रम से कौन सिखला सकता है। गुणादय ने राजा को संस्कृत सीखने के लिये कम से कम 6 वर्ष का समय बतलाया। इस पर दूसरे विद्वान शर्ववर्मा ने 6 मास में संस्कृत सिखलाने की प्रतिज्ञा की और कातन्त्रव्याकरण की रचना की। इस पर गुणादय ने प्रतिज्ञा की कि वह साहित्यिक कार्यों के लिये संस्कृत का प्रयोग नहीं करेगा और उसने राजद्वार छोड़ दिया। वह वन में गया और काणभूति से मिला और उसने उसे वह कथा सुनाई। गुणादय ने वह कथा पैशाची प्राकृत में लिखी। गुणादय के शिष्यों ने यह ग्रन्थ सातवाहन को दिखलाया पर उसने इसे देखना भी अस्वीकार कर दिया।

इस पर गुणादय ने यह ग्रन्थ वन की अग्नि में डाल दिया। उसके शिष्य ग्रन्थ का सातवां भाग बचा सके। संक्षेप में गुणादय और उसके ग्रन्थ की यह कथा है इसमें कौशाम्बी के राजा उदयन के पुत्र नरवाहनदत्त के पराक्रम का वर्णन है। ई० 600 में कविनीत ने गुणादय की बृहत्कथा को संस्कृत में रूपान्तर किया। गुणादय का आश्रयदाता सातवाहन आन्ध्रभृत्य राजाओं में से था। गुणादय ने पैशाची प्राकृत का प्रयोग किया है। यह पैशाची प्राकृत विन्ध्यप्रदेश के समीप की है। पश्चात्य विद्वान् पैशाची भाषा को पश्चिमोत्तर प्रदेश में बोली जाने वाली मानते हैं। इसमें एक लक्ष पद्य थे जो अब उपलब्ध नहीं होते। मूल कृति गद्य में थी या पद्य में इस विषय में मतभेद है। काश्मीर की जनश्रुति के आधार पर बृहत्कथा श्लोकबद्ध थी किन्तु काव्यादर्श में ण्डी ने इसको गद्यात्मक बताया है। गुणादय ने अपने समग की प्रचलित अनेक लोक कथाओं को संगृहीत कर बृहत्कथा की रचना की। जिस

प्रकार नीति कथाओं में पञ्चतन्त्र का स्थान सर्वोपरि है उसी प्रकार लोक कथाओं में बृहत्कथा का स्थान अग्रगण्य है। रामायण और महाभारत के समान बृहत्कथा भी भारतीय साहित्य की एक अपूर्व निधि थी। उसकी कथाओं के आधार पर संस्कृत के कई ग्रन्थों का निर्माण हुआ। ¹वाण ने बृहत्कथा को हरलीला के समान बताया।

विष्णुशर्मा ई० 200

इसका विरचित पञ्चतन्त्र नामक कथा या आख्यायिका ग्रन्थ है। दक्षिण देश में महिलारोप्य नामक नगर था। वहाँ अमरशक्ति नाम राजा राज्य करता था। उसके मूर्ख तीन पुत्रों को पढ़ाने के लिये विष्णुशर्मा नियुक्त हुए। विष्णुशर्मा नीतिशास्त्र, अर्थशास्त्र, धर्मशास्त्र और कामादि शास्त्रों के प्रकाण्ड विद्वान थे, ऐसा पञ्चतन्त्र के कथामुख में वर्णन है। परन्तु इतिहास में राजा अमरशक्ति का कहीं भी उल्लेख नहीं मिलता। Hertel पञ्चतन्त्र की रचना काश्मीर में हुई ऐसा मानता है क्योंकि उसमें हरिण और व्याघ्र का वर्णन बहुत कम है। काश्मीर में ये दोनों जानवर नहीं मिलते। यद्यपि विष्णुशर्मा और उसकी जन्मभूमि के सम्बन्ध में कोई निश्चय नहीं किया जा सकता तो भी इस ग्रन्थ की प्राचीनता के कई प्रमाण मिलते हैं। 533 ई० में फारस के बादशाह नौशेखा के दरबार में एक हकीम थे जिनका नाम बुरजोई Burjoj था। यह संस्कृत के ज्ञाता थे। इन्होंने पञ्चतन्त्र का प्रथम अनुवाद पहलवी भाषा (प्राचीन फारसी) में किया। इसके बाद सीरिया और अरबी भाषा में अनुवाद हुआ।

¹समुदीपितकेन्दर्प कृतगोरी प्रसाधना ।

• हरलीलेव नो कस्य विस्मयाय बृहत्कथा ॥

(५)
 पञ्चतन्त्र :—इसको पञ्चोपाख्यान भी कहते हैं । यह गद्य-पद्यात्मक चम्पू ग्रन्थ है । इसमें (1) मित्रभेद (2) मित्रसंप्राप्ति (3) काको लुकीय (4) लब्धप्रणाश (5) और अपरीक्षितकारक इन पांच तन्त्रों में विभक्त है । यथार्थ में इस ग्रन्थ के नाम का पता ही नहीं चला ।

आर्यशूर ई० 300

यह बौद्धों के प्रसिद्ध ग्रन्थ जातकमाला का रचयिता है । इसमें बुद्ध का चरित दन्तकथा के रूप में बड़ी ही सुन्दर रीति से वर्णित है । यह कथायें संस्कृत काव्य में लिखी गई हैं । इस काव्य में अश्व-घोष का अनुकरण है । जातक ग्रन्थों से इसकी कथायें ली गई हैं । पाली जातकों में हीनयान ग्रन्थ का वर्णन मिलता है परन्तु आर्यशूर के काव्य में हीनयान के साथ २ महायान का भी वर्णन है । इस काव्य की प्रथम कथा जो बोधिसत्व के सम्बन्ध में है जातक ग्रन्थों में नहीं पाई जाती । इत्सिंग नाम का चीनी यात्री सप्तम शतक के अन्तिम पाद में (671-694) भारत में आया था । उस समय उसके कथनानुसार यह जातकमाला काव्य बौद्धों को बड़ा ही प्रिय था । अजन्ता की शिलाओं पर इस काव्य के श्लोक और कथा चित्र खुदे हुए हैं । इससे यह सिद्ध होता है कि अजन्ता की शिलाओं पर चित्र लिखे जाने के समय यह ग्रन्थ पूर्णतया प्रसिद्ध था । इस ग्रन्थ का चीनी भाषा में अनुवाद ई० 434 में हुआ ।

जातकमाला यह गद्य पद्यात्मक ग्रन्थ है । इसमें काव्य के अनेक गुण हैं । समस्त पदों का प्रयोग गद्य में सर्वत्र मिलता है । ऐसी प्रसिद्धि है कि आर्यशूर ने इन कथाओं की रचना में 'कुमार-लात' का अनुकरण किया है । यह पञ्चतन्त्र के सदृश ग्रन्थ है ।

हरिषेण ई० 400

संस्कृत साहित्य के कुछ कवियों का वृत्तांत शिलालेखों पर खुदी हुई प्रशस्तियों के रूप में मिलता है। ऐसे विद्वानों में हरिषेण का नाम पहले आता है। उसका परिचय उसके द्वारा लिखी गई प्रयाग प्रशस्ति से ज्ञात होता है। यह समुद्रगुप्त ई० 400 के आश्रित कवि थे। इन्होंने अपने स्वामी की प्रशंसा में एक लेख 345 ई० में लिखा जो प्रयाग के अशोकस्तम्भ पर आज भी खुदा है। इसको पढ़कर सम्राट समुद्रगुप्त के बल पराक्रम और गुणों का पता चलता है। प्रशस्ति की पुष्पिका (Colophon) से विदित होता है कि उसके पिता का नाम ध्रुवभूति था जो गुप्त नरेशों का महादण्डनायक एवं राजनीति का महान पंडित था। हरिषेण भी अपने पिता की भांति समुद्रगुप्त की सभा का प्रधान पंडित और मन्त्री भी था। प्रयाग प्रशस्ति हरिषेण की काव्य प्रतिभा का उज्ज्वल उदाहरण है। प्रशस्ति का आरम्भ स्रग्धरा छन्द से होता है। छन्दों के अतिरिक्त उसका बड़ा हिस्सा गद्यात्मक है। उसका पद्य कालिदास और गद्य बाण का अनुकरण करता है।

वत्सभट्टि ई० 500

इसकी कीर्ति हमें शिलालेखों द्वारा प्राप्त हुई। वत्सभट्टि की कवित्व प्रतिभा अमरु यादगार मन्दसौर प्रशस्ति है जो कि कुमारगुप्त के राज्यकाल ई० 500 में लिखी गई। इस प्रशस्ति में मन्दसौर के रेशम बुनने वालों के घन्दे से ई० 437 में एक सूर्यमन्दिर के निर्माण का हवाला दिया गया है। इस प्रशस्ति का वसन्त और वर्षा

वर्णन बड़ा ही काव्यमय और आकर्षक है। मन्दसौर प्रशस्ति 44 श्लोकों में है। आरंभ के श्लोकों में भगवान् सूर्य की स्तुति इसके बाद दशपुर (मन्दसौर का हृदयग्राही वर्णन है। बाद में वहां के तत्कालीन नरपति बभ्रुवर्मा ई० 300 की प्रशस्ति वर्णन है। महाकवि कालिदास की भाषा का प्रशस्ति पर स्पष्ट रूप से आभास दृष्टिगोचर होता है।

सुबन्धु ई० 600

इनका विरचित वासवदत्ता नाम का गद्य काव्य है। सुबन्धु की वासवदत्ता और बाण की कादम्बरी और ¹हर्षचरित पढ़ने से मालूम होता है कि बाण ने सुबन्धु के ही ढांचे पर अपने गद्य काव्य की रचना की थी। ²बाण ने श्रीहर्ष के आरम्भ में सुबन्धु की प्रशंसा की है। वाक्पतिराज ने अपने गौड़वहो काव्य में सुबन्धु का निर्देश किया है। कविराज ³ ने भी अपने राघवपाण्डवीय काव्य में सुबन्धु को वक्रोक्ति में निपुण कहा है। ई० 1168 के कर्णाट के शिलालेख में भी सुबन्धु की प्रशंसा की है। ग्रह कविश्लेष ³ का बड़ा ही प्रिय मालूम होता है। वासवदत्ता गद्य में राजकुमारी वासवदत्ता की

¹कवीनामगलहोपो नूनं वासवदत्तया ।

शक्तयेद्व पाण्डुपुत्रानां गलया कर्णगोचरम्—हर्ष चरिते

²सुबन्धुर्बाणमदृश्च कविराज इति त्रयम् ।

वक्रोक्ति मार्गत्रिपुणाः श्चतुर्थो विद्वतेनवा । राघवपाण्डवीये ।

³सरस्वतीदत्तकन्प्रसादश्चक्रे सुबन्धुस्सृजतैकबन्धुः

प्रत्यक्षरश्लेषमयप्रबन्ध चिन्यासवैदग्ध्यनिधिनिबन्धम् ।

वासवदत्ता मंगलाचरणे 13

द्वल्लिप्त कथा है। राजकुमार कन्दर्पकेतु ने स्वप्न में वासवदत्ता का दर्शन किया और वह उसे मिलने के लिए चल पड़ा। राजकुमारी ने कन्दर्पकेतु का स्वप्न में दर्शन किया और वह उस पर मुग्ध हो गई। वासवदत्ता ने अपनी दासी को कन्दर्पकेतु का पता मालूम करने को भेजा। उसे कन्दर्पकेतु मिला और वह वासवदत्ता की नगरी में आया और उसे भगा ले गया। वासवदत्ता के पिता की सेना ने उनका पीछा किया। वह दोनों एक निषिद्ध उपवन में पहुँचे वहाँ पर वासवदत्ता पत्थर के रूप में परिवर्तित हो गई इस पर कन्दर्प केतु आत्महत्या पर उतारू हुआ इतनेमें आकाशवाणी हुई कि तुम्हारा मिलन अपनी प्रिया से फिर होगा अतः आत्महत्या न करो उसने उसी उपवन में दुःखमय समय बिताया। एक दिन उसने अकस्मात् उस पत्थर को छुआ और उससे वह वासवदत्ता जीवित हो उठी तब दोनों का पुनर्मिलन हुआ।

सुबन्धु को कुछ विद्वान् काश्मीरी और कुछ मध्यदेशीय मानते हैं इसकी रीति गौड़ी है इस पर जगद्धर की तत्त्वदीपिनी, रामदेव की तत्त्वकौमुदी और शिवराम का काञ्चनदर्पण प्रसिद्ध हैं।

बाण ई० 640

बाण अकेला संस्कृतिसाहित्य का ऐसा कवि है जिनके जीवन के विषय में हमें पर्याप्त जानकारी मिलती है। बाण ने स्वयं हर्ष चरित के प्रथम तीन उच्छ्वासों तथा कादम्बरी की प्रस्तावना के पद्यों में अपना परिचय दिया है यह वत्सगोत्र के ब्राह्मण थे तथा इनके एक पूर्वज का नाम कुबेर था। कुबेर कर्मकाण्डी तथा श्रुति

० गद्य कवीनां निकषे वदन्ति वासुनः

१ शास्त्र सम्पन्न ब्राह्मण थे इनकी विद्वत्ता का परिचय देते हुए बाण ने वतलाया है कि अनेकों छात्र इनके यहां यजुर्वेद तथा सामवेद का पाठ किया करते थे और पाठ करते समय वे स्थान २ पर गलत उच्चारण करने के कारण घर में पाले हुए पिंजरों में बैठे हुए शुक सारिकाओं के द्वारा टोक दिये जाते थे^१ इन्हीं कुबेर के ४ पुत्र थे । अच्युत, ईशान, हर तथा पाशुपत । पाशुपत के पुत्र अर्थपति थे । अर्थपति के १३ पुत्र उत्पन्न हुए उनमें आठवें चित्रभानु थे । बाण इन्हीं चित्रभानु के इकलौते पुत्र थे इन की माता का नाम राजदेवी था बाण की माता का देहांत वचपन में हो गया उनके पिता की मृत्यु १४ वर्ष की अवस्था में हो गई पिता की मृत्यु के बाद बाण स्वतन्त्र प्रकृति के हो गये अवारा लोगों के साथ इनकी संगति हो गई उन में चोर, जुआरिये, ठग, बदमाश, धूर्त डाकू, विद्वान, मूर्ख, कलाकार, नशेबाज सभी प्रकार के लोग शामिल थे इन तरह तरह के दोस्तों के साथ बाण ने अनेकों देशों का पर्यटन किया, बाद में झूट लौट कर उन्होंने विद्याध्ययन किया और अपनी कुलमेचित स्थिति को प्राप्त किया । सोननदी के किनारे प्रीतिकूट नामक ग्राम के वासी थे । हर्षवर्धन के चचेरे भाई कृष्ण ने बाण को पत्र भेज कर बुलाया । बाण दूसरे दिन राजद्वार पहुंच कर वे सभा में गये हर्ष ने उन्हें देख कर पूछा (क्या यही बाण है) और फिर अपने पीछे बैठे हुए मालवराजपुत्र से कहा (महानयं विटः) यह बड़ा धूर्त है बाण ने इसे सुन कर कहा, स्वामिन संसार में लोगों का स्वभाव विचित्र होता है इस लिये सज्जनों को सदा यथार्थवादी होना चाहिये यदि मैं सचमुच दोषी हूं तो महाराज मुझे ऐसा कह सकते हैं, बिना किसी कारण

^१ जगुं गृहेऽभ्यस्तुसमस्तवाङ्मयैः ससारिकैः पञ्जरवर्तिभिः शुकैः निगृह्यमाणा बटवः पदै पदे वंजृषि सामानि च यत्र शंकितः ।

मुझे धूर्त समझना ठीक नहीं है, मैं ब्राह्मण हूँ, मैंने सांग वेदों का अध्ययन किया है फिर महाराज ने मुझे धूर्त कैसे पाया, महाराज स्वयं समय पर मेरी वास्तविकता जान जायेंगे, हर्ष ने केवल यही उत्तर दिया मैंने ऐसा सुना था। बाण को राज्ञ सभा में कोई आदर न मिला वह बड़े दुःखी हुए पर बाद में हर्ष की सभा में उनका बड़ा आदर हुआ और वह हर्ष के सभा पंडित बन गये।

सूर्यशतक या मयूरशतक के रचयिता मयूर कवि किंवदन्ती के अनुसार बाण के स्वशुर थे सूर्यशतक और चण्डीशतक के सम्बन्ध में एक घटना सुनी जाती है वह यह कि एक बार मयूर अपने जामाता से मिलने के लिये प्रातःकाल उसके घर गये। बाण की पत्नी रात भर से नाराज थी बाण उसको प्रसन्न करने के लिये एक पद्य बना रहे थे जिसके तीन चरण तो बन गये पर चौथा चरण न बन पाया मयूर ने यह तीनों चरण सुने और चट से चौथा चरण बना दिया ¹ पद्य का अर्थ यह है रात बीत चुकी है क्षीण कांति चन्द्र जिसे अंद होता जा रहा है यह दीप भी जैसे नींद के वश होकर तंद्रित हो रहा है। रमणियों का मान तभी तक बना रहता है जब तक उनकी मनाती नहीं की जाती मैं तुम्हें प्रणाम कर कर मना रहा हूँ पर फिर भी तुम क्रोध नहीं छोड़ती ऐसा प्रतीत होता है हे चण्डि तुम्हारा हृदय भी इसलिये कठोर हो गया है कि वह कठोर स्तनों से संबद्ध है। मयूर के मुख से चतुर्थ पंक्ति को सुन कर बाण क्रुद्ध हो गये उन्होंने मयूर को शाप दिया कि वह कोढ़ी हो जाये

¹ गतप्राग्ना रात्रिः कृशतनु शशी शीर्षित इव,

प्रदीपोयं निद्रावशमुपगतो धूर्णत इव ।

प्रणामान्तोमानस्तदपि न विजहति क्रुधमही,

स्तनप्रत्यासैत्या हृदयमपि ते चण्डि कठिनम् ॥

मयूर ने भी बाण को शाप दे दिया । कहा जाता है कि मयूर ने शाप की निवृत्ति के लिये सूर्य की स्तुति में सूर्यशतक की रचना की और सूर्य की कृपा से उसका कोढ़ दूर हो गया बाण ने भी अपने शत्रु को मिटाने के लिये चण्डीशतक की रचना की इसमें सौ श्लोक स्रग्धरा छंद में है । बाण की 3 कृतियां हैं । हर्षचरित 2 कादम्बरी और 3 देवीशतक । बाण के नाम के साथ पार्वती-परिणय नामक नाटक को भी जोड़ा जाता है जो बाण की रचना न होकर वामनभट्टबाण की रचना है जिसका समय 17 शताब्दी माना जाता है इसके अतिरिक्त नलचम्पू की टीका में चण्डपाल ने बाण के एक और नाटक का उल्लेख किया मुकुटताड़ितक पर यह उपलब्ध नहीं है । हर्षचरित आख्यायिका है कादम्बरी कथा । आख्यायिका वास्तविक होती है और कथा कल्पित है¹ राजशेखर काव्यमीमांसा में इतिहास दो प्रकार का मानता है । परिक्रिया और 2 पुराकल्प । परिक्रिया जिसमें एक ही नायक हो जैसे रामायण पुराकल्प जिसमें अनेक नायक होते हैं जैसे महाभारत । हर्षचरित में 8 उच्छ्वास हैं पहले 3 उच्छ्वासों में बाण ने आत्मकथा दी है बाकी उच्छ्वासों में प्रभाकरवर्धन का जीवन हर्ष और उसके बड़े भाई राज्यवर्धन और उसकी छोटी बहिन राज्यश्री की उत्पत्ति और विकास का वर्णन है । राज्यश्री का विवाह मौखरी राजा ग्रहवर्मा से हुआ था प्रभाकरवर्धन के स्वर्गवास के बाद ही मालवा के राजा ने ग्रहवर्मा का वध कर दिया । राज्यवर्धन ने मालवा के राजा पर आक्रमण किया और उसका वध कर दिया किन्तु मार्ग में ही गौड़ राजा ने उसके शिधिर में ही उसका घोखे से वध कर दिया

¹ परिक्रिया पुरा कल्पः इतिहास गतिद्विधा

प्रादेकं नायका पूर्वा द्वितीया बहुनायका ।

हर्ष ने गौड़ राजा के विरुद्ध प्रस्थान किया किन्तु मार्ग में उसने राज्यश्री के अज्ञात स्थान पर चले जाने का सन्धाचार सुनकर उसको ढूँढा और उसको ग्रहवर्मा के मित्र एक बौद्ध सन्घासी के निरीक्षण में रखकर गौड़ राजा की ओर प्रस्थान किया। यह कथा अपूर्णरूप से यहीं पर बाण ने समाप्त कर दी है। इस ग्रन्थ को यहीं पर अपूर्णरूप से समाप्त करने का कारण अज्ञात है। इस विषय पर यह विचार प्रस्तुत किया गया है कि हर्ष ने बौद्धों को जो आदर दिया है उसको बाण ने उचित नहीं समझा। दूसरा विचार यह है कि जब बाण यह ग्रन्थ लिख रहा था उस समय पुलकेशी द्वितीय के आक्रमण के कारण उसके आश्रयदाता हर्ष को बड़ी क्षति पहुँची थी। बाण ने इन दुर्घटनाओं का उल्लेख उचित नहीं समझा होगा। अतः उसने आगे की घटनायें नहीं लिखी। कुछ विद्वानों का यह विचार है कि बाण स्वर्गवास के कारण इसे पूरा नहीं कर सका। इसके प्रारम्भिक श्लोकों में वासवदत्ता, भट्टारहरिश्चन्द्र, सातवाहन, प्रवरसेन, भास, कालिदास, बृहत्कथा (गुणाढ्य) और आढ्यराज का वर्णन किया है। इस पर राजानक स्य्यक का रचित हर्षचरित वार्तिक और शंकर का हर्षचरित संकेत है।

कादम्बरी—इस कथा की नायिका कादम्बरी और नायक चन्द्रापीड है। इसका कथानक गुणाढ्य की बृहत्कथा से लिया गया है। इस पर 6 टीकायें हैं। वैद्यनाथ पायगुण्ड विरचित विष्णु पदवृत्ति और भानुचन्द्र और सिद्धचन्द्र की टीकायें प्रसिद्ध हैं। यह दोनों गुरु शिष्य थे। पूर्व कादम्बरी पर भानुचन्द्र की टीका और उत्तर पर सिद्धचन्द्र की टीका है। यह इतनी सुन्दर कथा है कि इसके पढ़ने वालों को पढ़ते समय भोजन भी अच्छा नहीं लगता। बाण की रचनायें पांचाली रीति में हैं। बाण के पुत्र भूषणभट्ट ने पिता की मृत्यु के बाद उत्तरार्द्ध कादम्बरी की रचना की।

त्रिविक्रमभट्ट ई० 910

यह शांडिल्य गोत्र के ब्राह्मण थे । इनके पिता का नाम देवादित्य और पिताश्रेष्ठ श्रीधर थे । यह राष्ट्रकूट (राठौर) राजा इन्द्रराज तृतीय के सभा पण्डित थे । इनकी राजधानी मान्यखेट (बरार) में थी । ई० 915 का एक शिलालेख बरार के नवसारी ग्राम से उपलब्ध हुआ है । इसमें इस राजा के राज्याभिषेक के समय सुवर्ण तुलादान में कई ग्राम ब्राह्मणों को दिये गये । यह लेख त्रिविक्रम भट्ट का लिखा हुआ है । इन्होंने नलचम्पू और मदालसाचम्पू लिखे । मदालसाचम्पू इतनी प्रसिद्धि न पा सका । विद्वानों ने इसके श्लेष प्रयोग की बड़ी प्रशंसा की है । नलचम्पू अधूरा है इस पर एक किंवदन्ती प्रसिद्ध है । कहा जाता है कि त्रिविक्रम के पिता देवादित्य किसी राजा के सभापण्डित थे । उनका पुत्र त्रिविक्रम महामूर्ख निकला । एक समय त्रिविक्रम के पिता विदेश गये हुये थे पीछे से कोई विरोधी पण्डित राजा के पास आया और कहा कि मैं सभा पण्डित से शास्त्रार्थ करना चाहता हूँ । राजा ने त्रिविक्रम के पिता को बुलाया पर वे नहीं आये । त्रिविक्रम को बड़ा भाई हुआ उसने सरस्वती से प्रार्थना की कि पिता के पाण्डित्य की लज्जा रखने के लिए वह त्रिविक्रम को वह शक्ति दे कि वह उस विरोधी पण्डित को परास्त कर सके । सरस्वती ने त्रिविक्रम को तब तक के लिये अमोघ पाण्डित्य दे दिया जब तक उसके पिता विदेश से लौट न आये । त्रिविक्रम ने सभा में जाकर उस विरोधी पण्डित को सभा में हरा दिया उसके बाद त्रिविक्रम ने सोचा कि जब तक पिता विदेश से लौट कर न आये तब तक किसी ग्रन्थ की रचना कर दूँ । उसने

¹प्रसन्नाः कान्तिहारिण्यो नानाश्लेष विचक्षणाः ।

भवन्ति कस्यचित् पुण्यमुखे वाचो गृहे स्थितः ॥ नल चम्पू

नलचम्पू लिखना आरम्भ किया। पिता के आने के समय तक 7 उच्छ्वास लिखे जा चुके थे। पिता के आते ही सरस्वती के वचना-नुसार त्रिविक्रम पुनः मूर्ख बन गया और नलचम्पू अधूरा रह गया। श्रीहर्ष को नैषध की रचना की प्रेरणा नलचम्पू से ही मिली थी।

गद्य और पद्य मिश्रित रचना को चम्पू कहते हैं। वर्णन में गद्य का प्रयोग होता है और प्रभावोत्पादक तथा निश्चित बात के कहने में पद्य का प्रयोग होता है। इस गद्य पद्य का मिश्रण द्राक्षा और मधु के मिश्रण के समान सुन्दर है।

सोमदेव सूरि ई० 959०

इनका विरचित यशस्तिलचम्पू काव्य है। यह दिगम्बर जैन प्रवरस इस काव्य का नायक यशोधर महाराज इसके परम गुरु और वर्णनदेव इसके गुरु थे। इसने नेमिदेव को सकलतार्किक चूड़ामणि वार्ता है। सोमदेव सूरि ने अपने को गद्य पद्य जानने वाले कवियों का चक्रवर्ती कहा है। यह राठौर राजा कृष्ण तृतीय के सभा पण्डित थे। कवि ने इस काव्य की रचना गंगधारा में की थी। इसमें 8 उच्छ्वास हैं। कवि ने अपने परमगुरु यशोधर महाराज के वर्णन के साथ जैनधर्म का प्रभाव व्यक्त करने का श्लाघ्य प्रयत्न किया है। इसके श्लोक सरल और प्रसाद गुणयुक्त हैं और गद्य क्लिष्ट नहीं है। तृतीय उच्छ्वास में कवि ने राजशेखर तक प्रायः सम्पूर्ण कवियों का नामोल्लेख किया है। 6 आश्वास में संक्षेप में आस्तिक और नास्तिक मूल्यज्ञों का मोक्ष के विषय में विचार खूब सफाई से दिखाया है। इसमें राजा मारीदत्त द्वारा किये जाने वाले यज्ञ का वर्णन है जिसमें वह अपने परिवार की इष्टदेवी को प्रसन्न करने के लिये

प्राणिनों का एक रजोड़ा बलिदान के लिए तैयार करता है । उसने अल्प आयु के एक बालक और एक बालिका को जो कि जुड़वां उत्पन्न हुए थे बलि के लिए तैयार किया । उन्होंने राजा को अपने तथा उसके पुत्रजन्म की घटनायें बताईं । एक सुदत्त मुनि ने राजा को इस प्रकार के यज्ञ की निरर्थकता बताई । तब वह राजा जैन हो गया । इस पर श्रुतसागरसूरि की विरचित टीका है ।

इनका दूसरा ग्रन्थ नीतिवाक्यामृत है यह कौटिल्य के अर्थशास्त्र और कामन्दकीय नीतिसार के आधार पर लिखा गया है ।

धनपाल ई० 1000

इसका विरचित तिलकमंजरी नाम का गद्य कव्य है । इसके पिता का नाम सर्वदेव था । इसका कश्यप गोत्र था और विशालपुरी का रहनेवाला था । इसके भाई का नाम शोभन था । सर्वदेव ने जैन धर्म की दीक्षा ले ली थी इसीलिये धनपाल भी जैन ही था । तिलकमंजरी की प्रस्तावना में कहा है कि मुंजराज ने इसकी सरस्वती की उपाधि दी थी । इसने अपनी प्रस्तावना में मुंजराज और भोजराज इन तीनों का वर्णन किया है इसलिये मालूम होता है कि यह कवि तीनों के समय में विद्यमान था । इसने अपना प्राकृत कोष 'पाडयलच्छीनाममाला' मुंज के समय में रचा था । जैनदीक्षा के बाद इसने 50 श्लोकों में ऋषभदेव की स्तुति 'ऋषभपंचाशिका' की रचना की । बाण की कदम्बरी का अनुकरण कर इसने तिलकमंजरी गद्यकाव्य की रचना की । जैन मेरुतुंगाचार्य ने इसे भोजराज का सभा पण्डित कहा है ।

तिलकमंजरी यह कथा है इसमें कोई भी उच्छ्वासादि विभाग नहीं है । तिलकमंजरी इसकी नायिका और समरकेतु इसका नायक

है। यह कादम्बरी का अनुकरण है। इसकी प्रस्तावना में प्रनेक श्लोक हैं इसकी प्रस्तावना में प्रायः सभी पण्डितों की प्रशंसा की गई है इसकी कोई टीका उपलब्ध नहीं होती

वादीभ सिंह ई० 1000

इसका विरचित 'गद्यचिन्तामणि' यह गद्य काव्य है यह दिगम्बर जैन भिक्षु था। इसके गुरु का नाम पुष्पसेन था इसका दूसरा नाम उदयदेव था। यह प्रतिवादी रूपी हाथियों के लिये सिंह के समान थे इसलिये इनका नाम वादीभसिंह पड़ा। यह मद्रास प्रान्त के दक्षिण में किसी ग्राम का निवासी था। 'गद्यचिन्तामणि' में जीवनघर की कथा का वर्णन है जो जैन पुराण से ली गई है इसका कथानक कादम्बरी के कथानक के समान है।

प्रवरस
वर्णन
वार्ति

नारायण ई० 1000

इसका विरचित हितोपदेश नाम की पुस्तक है यह बंगाल का निवासी था और बंगाल के किसी धवलचन्द्र राजा का सभ्य पण्डित था इसमें रविवार को भट्टारकवार कहा है और उस दिन को अनध्याय का दिवस माना है Fleet महोदय मानते हैं कि रविवार को अनध्याय दिवस मानने का प्रचार 900 ई० से पूर्व भारत में नहीं था। इसमें बंगाल के तान्त्रिकों में प्रचलित गौरीपूजा पद्धति का

१ श्रीमान् धवमचन्द्रो जीयान् माण्डलिको रिपून् ।

येनस्य संग्रहो यत्नात्सेवयित्वा प्रचारितः ॥

निर्देश मिलने से रचयिता बंगाल निवासी था ऐसा अनुमान होता है । ग्रन्थ के आरम्भ में शिव का मंगलाचरण है इसलिये वह शैव था ।

— हितोपदेश यह गद्यपद्यात्मक कथा है । कवि ने स्वयं कहा है कि पञ्चतन्त्र तथा अन्य ग्रन्थों के आधार पर इसकी रचना की गई है । इसमें 4 विभाग (1) मित्रलाभ (2) सुहृद्भेद (3) विग्रह (4) और सिन्धि हैं । यह चार भाग नीति के उपाय चतुष्टय अर्थात् साम, दाम, भेद और दण्ड इनका बालकों को सरलता से ज्ञान होने के लिये कथा रूप से वर्णित है । इस नारायण के विरचित अनेक श्लोक हैं जिससे उसकी कवित्वशक्ति प्रकट होती है । इसका भी पञ्चतन्त्र के समान अनेक भाषाओं में अनुवाद हुआ है ।

सोढल ई० 1026

इसकी विरचित उदयसुन्दरी कथा है । इसने स्वयं इस ग्रन्थ में अपने चरित्र के विषय में कहा है जिससे मालूम होता है कि यह बाकी देश के दक्षिण भाग में नर्मदा के प्रवाह से परिपूत लीट देश में लाई हुआ था । यह शैव मतावलम्बी कायस्थ था । इसने अपना वंश संबंध गिलादित्य के भ्राता कलादित्य से जोड़ा है । इस कलादित्य को शिवजी का गण कायस्थ मानकर इसने उसकी भूरि प्रशंसा की है कलादित्य वर्त्मनिवंश के कायस्थ कुल का संस्थापक था । सोढल यह चण्डपति का प्रपौत्र, सोल्लपेय का पौत्र और सूर का पुत्र था । बाल्यावस्था में ही इसका पिता मर गया । इसके मामा गंगाधर ने इसका पालन-पोषण किया इसके गुरु का नाम चन्द्र था । अध्ययन के बाद लाट देश की छोड़ कर यह कोंकण की राजधानी में चला गया वहाँ पर यह राजपण्डित नियुक्त हुआ था । इसके समय में वहाँ

छित्तिराज, नागार्जुन और मुन्मुनिराज तीन सगे भाई राजाओं ने क्रम से शासन किया था। लाट देश के राजा वत्सराज ने भी इसको अपने दरबार में बुलाकर बड़ा आदर किया था।

उदयसुन्दरी यह कथा गद्य व पद्य में है। इसमें उच्छ्वास हैं। प्रारम्भ में हाल, युवराज, वाक्पतिराज, अभिनन्द, बाण प्रभृति कवियों का वर्णन है। प्रथम उच्छ्वास में कवि ने अपना वंश वर्णन किया है द्वितीय उच्छ्वास में कथा आरम्भ होती है। इस कथा की नायिका नागलोकाधिपति शिखण्डतिलक की कन्या उदयसुन्दरी है और नायक प्रतिष्ठान नगर का राजा मलयवाहन है। इसमें व्याण की कादम्बरी का अनुकरण स्पष्ट दिखाई देता है। इसकी उत्प्रेक्षा शैली विशिष्ट प्रकार की है। इस ग्रन्थ की समाप्ति लाट देश के राजा वत्सराज के समय में हुई।

सोमदेवी ई० 1066

सका विरचित कथासरितासागर ग्रन्थ है। सोमदेव के पिता का नाम रामदेव भट्ट था। इसका जन्म राजा अनन्त के समय काश्मीर में हुआ था। यह क्षेमेन्द्र का समकालिक था। क्षेमेन्द्र की बृहत्कथा-मंजरी बहुत संकुचित देखकर राजा अनन्त की परम विदुषी रान्ति सूर्यवती ने सोमदेव को इस तरह का विस्तृत ग्रन्थ निर्माण करने के लिये प्रोत्साहित किया। अनन्त राजा के पुत्र कलश के गद्दी पर आने के बाद ही इसकी रचना पूर्ण हुई। इसने ग्रन्थ के आरम्भ में शिव की स्तुति की है इससे मान्य होता है कि वह शैव था।

कथासरितासागर यह एक पद्य में विरचित कथा ग्रन्थ है। इसमें 18 लम्बक और 124 तरंग हैं। यह ग्रन्थ प्रायः अनुष्टुप छन्द में है केवल तरंगों के अन्त में कुछ अन्य छन्दों के श्लोक हैं। इसकी श्लोक

संख्या 21388 है । यह ग्रन्थ गुरादय की बृहत्कथा के आधार पर रचा गया है । इसके पढ़ने से उस समय काश्मीर की अवस्था का पता चलता है ।

माधवाचार्य सन्यासी होने पर विद्यारण्य ई० 1400

इसका विरचित 'शंकरदिग्विजय' नामका कथा ग्रन्थ है । 'माधवाचार्य' यह नाम न होकर उनके सन्यासाश्रम का नाम विद्यारण्य दिया है । दाक्षिणात्य विद्वानों में शंकराचार्य के बाद उनके समान विद्यारण्य ही माने जाते हैं । यह और इनका छोटा भाई 'सायण' दानों विजयनगर के बुक्क और हरिहरराय के सभा पण्डित और मन्त्री थे । यह सर्व शास्त्रों का विद्वान ही नहीं किन्तु बड़ा भारी राजनीतिज्ञ और विजय नगर राज्य का संरक्ष भी था । बुक्क और हरिहरराय का शासन 1400 शतक में था । ई० 1386 में विद्यारण्य की 90 वर्ष की आयु में देहान्त हो गया । ई० 1377 में इसने सन्यास ग्रहण कर शृंगेरी मठ के शंकराचार्य की सेवा में विभूषित की थी । इसके तीन गुरु थे (1) विद्यातीर्थ, (2) भारत, (3) और श्रीकण्ठ । इनके सब ग्रन्थों में विद्यातीर्थ की बन्दना मिलती है । यह अपने को नवकलिदास कहते थे इनके पिता का नाम मायण और माता का नाम श्रीमती था । सायण और भोगनाथ इनके छोटे भाई थे यह कृष्ण यजुर्वेदी बौधायण शाखा का भारद्वाज गोत्री था इसने स्वयं अनेक ग्रन्थ रचे । यह अद्वैत-वैदांत

श्रीमती जननी यस्य सुकीर्तिर्मायणः पितृ ।

सायणो भोगनाथश्च मनोबुद्धी सहोदरा ॥

यस्य बौधायणं सूत्रं शाखा यस्य च याजुषी ।

भारद्वाजकुलं यस्य सर्वत्र स हि माधवः ॥

पराशरमाधवीय भूमिका खंड 67

वा शंकरवेदांत का भारी आचर्य्य माना जाता है इसके विरचित वेदान्त की पंचदशी और विवरणप्रमेयसंग्रह, धर्मशास्त्र के काल-माधव और पराशरमाधवीय, मीमांसा मा जैमिनी न्यायमालाविस्तर, व्याकरण की माधवीया-धातुवृत्ति और एकाक्षर रत्नमाला कोष ये ग्रन्थ हैं।

सायण भारी वैदिक था। इसके और इसके आश्रित पण्डितों के विरचित चार वेद, सब ब्राह्मण ग्रन्थ और आरण्यक ग्रन्थों पर किये सब भाष्य प्रसिद्ध हैं।

शङ्करदिग्विजय—इसमें आदि शंकराचार्य की कथाएँ वर्णित हैं इसका मूल ग्रन्थ आनन्दगिरि विरचित शङ्करविजय ग्रन्थ था ऐसा इसके प्रारम्भ के श्लोक से प्रतीत होता है। महाकाव्य के समान इसमें 16 सर्ग हैं। इसकी कथाएँ अनेक छन्दों के श्लोकों में हैं। श्लोकों की संख्या 1843 है। इसकी भाषा विद्वत्ताप्रचुर तथा प्रौढ़ है किन्तु कथा के कारण अलङ्कारों से कम विभूषित है काव्य के गुण भी इसमें हैं पर धनपति सूरि की डिण्डिम जीका बड़ी प्रसिद्ध है।

वैकटाध्वरी ई० 1640

इसका विरचित विश्वगुणादर्श चम्पू है यह रामानुज मन्नायुयायी महाकवि महालक्ष्मी का उपासक था। इसके पिता का नाम रघुनाथ दीक्षित और मन्ना का नाम सीता था। यह काञ्चीपुर के पास ईशान्मल नाम के अग्रहार में रहता था।

विश्वगुणादर्शचम्पू—यह चम्पू काव्य बहुत ही विल्लृत है इसमें भारत के अनेक आश्रम, नगर, आचार्य, नदियाँ, देश और लोग वा

उनकी रीति आदि का वर्णन है इसमें 53 प्रकरण हैं कवि का भाषा प्रभुत्व इसमें पूर्णतया व्यक्त है इसका सब वर्णन कवि का अपन अनुभव है इस चम्पू पर सुब्बाशास्त्री की विरचित भावदर्पण नाम टीका और बालकृष्ण विरचित पदार्थचन्द्रिका टीका मुद्रित है दूसरा 'लक्ष्मी सहस्र' स्तोत्र है जो कवि ने एक ही रात में बनाया था ।

अम्बिकादत्त व्यास ई० 1858 से 1900

गद्य साहित्य में सबसे अन्तिम ज़पलब्धी अम्बिकादत्त व्यास विरचित शिवराजविजय की है इसमें शिवाजी का वर्णन है । कि प्रकार दक्षिण में उन्होंने मुसलमानी शासकों का मुकाबला कर उपरास्त किया । भारत सम्राट औरंगज़ेब के भी बुरी तरह से पीछे खड़े किये और हिन्दुराज्य की स्थापना की इसका वर्णन है । ग रचना में व्यास जी सुबन्धु और बाण से कम नहीं थे उनकी कृति का प्रकाशन 1901 ई० में हुआ था व्यास जी की वरराणसी थी

❀ मुमुक्षु भवन वेद वेदाङ्ग पुस्तकालय ❀

वाराणसी ।

आगत क्रमांक..... 0406.....

दिनांक..... 30/5.....

रघु प्रेस, जोगीवाड़ा, मई सड़क, दिल्ली

015,6WM 0808
152 JS

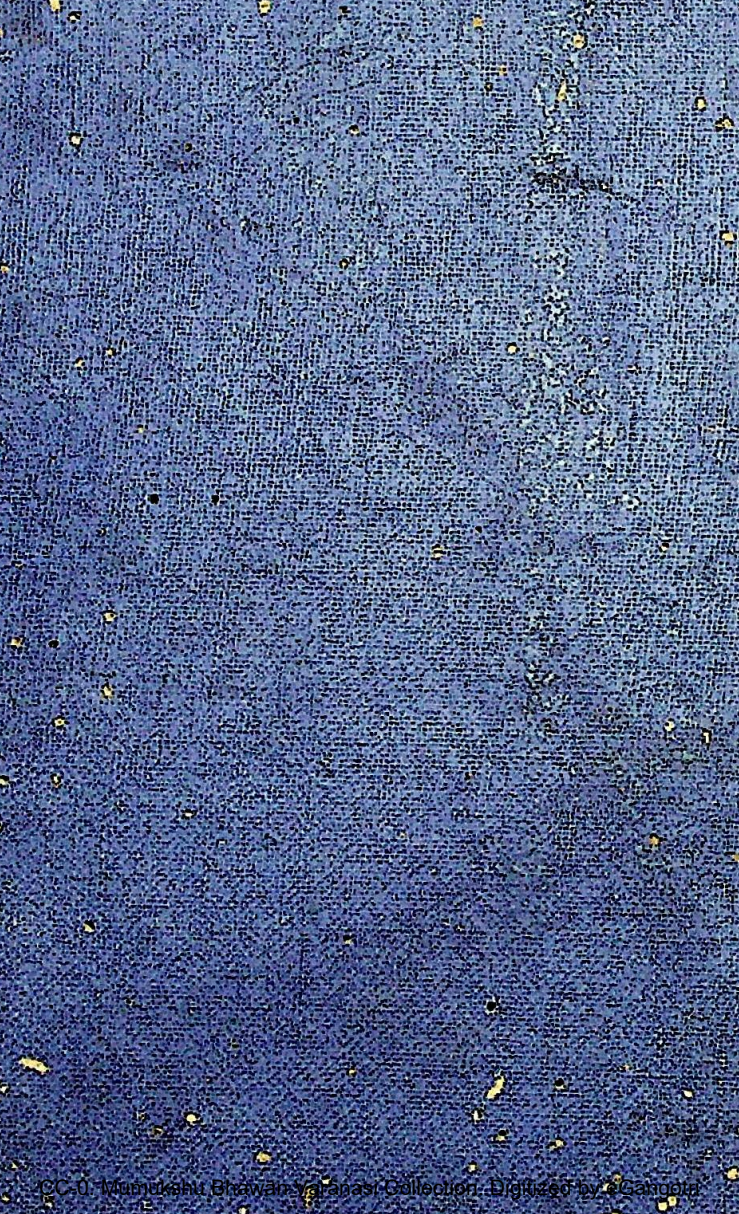
पुस्तक (पुस्तक)











प्रथमापरीक्षोपयोगी

गणित-प्रवेशिका

२६

२५१४



B
152K7

प्रो० केदारदत्त जोशी

जोशी

B
15747

0898

-)

152 K7

॥ श्रीः ॥

0398

कृपया यह ग्रन्थ नीचे निर्देशित तिथि के पूर्व अथवा उक्त तिथि तक वापस कर दें। विलम्ब से लौटाने पर प्रतिदिन दस पैसे विलम्ब शुल्क देना होगा।

[illegible]

समस्त भवन वेद वेदाङ्ग पुस्तकालय, वाराणसी ।
 Mumukshu Bhawan Varanasi Collection. Digitized by eGangotri

B
157K7

0898

मोतीलाल बनारसीदास

रचयिता—

केदारदत्त जोशी

ज्योतिः शास्त्राचार्य (गणित, फलित)

प्राध्यापक—ज्योतिष विभाग

संस्कृत महाविद्यालय—काशी हिन्दू विश्वविद्यालय

मोतीलाल बनारसीदास

दिल्ली—वाराणसी—पटना

प्रकाशक—

सुन्दरलाल जैन

मोतीलाल बनारसीदास

पो० ब० ७५, नेपालीखपरा

वाराणसी

B
152K7

प्रथम संस्करण १९६७

मूल्य १.००

❀ मुमुक्षु भवन वेद वेदाङ्ग पुस्तकालय ❀	
वा १: ग सी ।	
आगत क्रमांक.....	0674.....
दिनांक.....	5/6.....

मुद्रक—

केशव मुद्रणालय

पाण्डेपुर पिसनहरिया,

वाराणसी कैट

निवेदन

भगवान् साम्ब शिव की कृपा से अंकगणित प्रवेश की यह छोटी-सी पुस्तक संस्कृत वाङ्मय में प्रवेश पाने वाले छात्रों के लिए प्रस्तुत हो पाई है ।

प्राचीन समय में अंकगणित की पुस्तकें भी संस्कृत भाषा में ही लिखी गई थीं । जैसा इस पुस्तक में जगह-जगह पर प्राचीन ग्रन्थों के अंकगणित सूत्रों का जो दिग्दर्शन किया गया है उससे विदित होगा ।

गणित विज्ञान, विज्ञान वाटिका का एक सुन्दरतम सुगन्धित पुष्प है, अतः विद्वानों की बुद्धि से आज तक इस पुष्प का विकास और सदुपयोग होते आ रहा है ।

संस्कृत भाषा भाषी छात्रों एवं विद्वानों को भी गणित विद्या की ओर अभिरुचि हो, इस ध्येय से यह छोटी-सी “गणित प्रवेशिका” नाम की पुस्तक, प्रथमा पूर्व खण्ड के छात्रों के लिए सुगम विधि से लिखी गई है । संस्कृत के गणित सूत्रों को भी स्थल विशेष पर उद्धरण रूप में दे दिया गया है ।

ज्ञान सागरों में प्राचीन गणित सागर, क्षीर सागर है । छात्रों की बुद्धि में यह भी संस्कार सुदृढ़ होना चाहिए जिससे होनहार बालकों को भविष्य के अनुसन्धान कार्यों में प्राची और प्रतीची की तुलनात्मक अध्ययन के दिग्देश की अनुभूति होगी ।

इस पुस्तक से पाठकों को सन्तोष होगा, तो आशा है इसका उत्तरार्ध अग्रिम कक्षाओं के उपयुक्त शीघ्र प्रकाशित होगा ।

हरि-हर्ष निकेतन
१/२८ नगवा, वाराणसी—५
सं० २०२३ मकरसंक्रान्ति
(१४ जनवरी १९६७)

केदारदत्त जोशी
प्राध्यापक ज्यौ० वि०
संस्कृत महाविद्यालय
का० हि० वि०

विषय सूची

विषय	पृष्ठ
परिभाषा और महत्त्व	१
अङ्क संकेत का आधार	२
तीनों लिङ्गों के अनुसार कुछ अंक प्रयोग	३
भास्कराचार्य के सूत्र से अंकों की संज्ञा	४
एक से सौ तक अंकों का उच्चारण	६
अंकों की श्रेणी (सीढ़ी) या पहाड़ा	८
अंकों का विस्तार अनल होता है	९
गणित के पारिभाषिक शब्द	१३
अंकों से संख्याओं को जानना	१७
अङ्कों का योग	२३
बड़ी संख्याओं के योग की विधि	२७
व्यवकलन या अन्तुर	३२
बड़ी संख्याओं के अन्तर की विधि	३५
गुणन या गुणा	३९
भाग	५४
श्रेढी का गणित	६९
दशमलव गणित	७२
उत्तर माला	८१



शुद्धि पत्र

पृष्ठ	पंक्ति	अशुद्ध	शुद्ध
१	१२	कलास	कला सम्बन्धी
३	१८	सप्तति	सप्ततिः
३	१६	अशीति	अशीतिः
३	२०	नवति	नवतिः
६	४	चतुर्विंशति	चतुर्विंशतिः

इसी प्रकार पृष्ठ ६, ७ में पंचविंशतिः आदि स्थल विशेषों पर जहाँ विसर्ग छूटे हैं उन्हें विसर्गान्ति प्रयोग समझें ।

३६		उदाहरण माला ५	उदाहरण माला ५ (अ)
३८		उदाहरण माला ५	उदाहरण माला ५ (क)
४३		उदाहरण माला ५	उदाहरण माला ६
४६		उदाहरण माला ६	उदाहरण माला ७ (क)
४६		उदाहरण माला रिक्त है	उदाहरण माला ७ (ख)
५१	११	४३२४८४३	४३२४८४३४१६
५३	६	धातः	धातः
६०	६	(३५२८ × २५) × ६,	(३५५८४२५) + ६
६०	२०	द्विती	द्वितीय
८२	१८	खर्च	खर्च

॥ श्रीः ॥

गणित-प्रवेशिका

गणित-विद्या—परिभाषा और महत्त्व

मनुष्य जब बीज रूप से इस संसार में प्रवेश करता है तभी से उसका गणित के साथ सम्बन्ध स्थापित हो जाता है। जीव के गर्भ में आते ही एक मास दो मास आदि गणना प्रारम्भ हो जाती है और १०वें मास में जब जन्म ले लेता है तब भी मरण पर्यन्त व्यवहार में पग-पग पर उसे गणित की आवश्यकता पड़ती है।

यह गणित क्या है ? इस जिज्ञासा का समाधान आवश्यक है। “गण्यते इति गणितम्” इस विग्रह के अनुसार ‘गणित’ वह शास्त्र है जिसमें गणना की प्रधानता हो। प्राचीन भारत में यह गणना विभिन्न प्रकारों से की जाती थी। जैसे—परिकर्म, व्यवहार, रज्जु (क्षेत्रगणित), राशि (त्रैराशिक), कलास (भिन्न सम्बन्धी), यावत्तावत् (अज्ञात राशि = बीजगणित), वर्ग, घन, विकल्प आदि।

इन सारी प्रक्रियाओं में गणना का आधार है अंक, अंकों का प्रयोग हमारे व्यवहार में सर्वत्र छाया रहता है, पाणिनीय व्याकरण प्रारम्भ करते ही हमें अष्टाध्यायी पढ़ने को मिलती है। ‘अ इ उ ण्’ आदि पाठ पढ़ाकर गुरुजी पहिले ही दिन बताते हैं—“इति माहेश्वराणि चतुर्दश सूत्राणि”। इस प्रकार हमें ८ और १४ का बोध हो आता है। एकवचन, द्विवचन, बहुवचन से एक, दो के सिवाय बहुत से—अनन्त अंक होते हैं, यह भी ज्ञान होने लगता है।

इसी प्रकार वेद के कोष निरुक्त में—

इमानि पृथ्वीनामधेयान्येकविंशतिः

उत्तरे धातवो ऽष्टादश

गतिकर्माणि उत्तरे धातवो द्वाविंशंशतम्

त्रिषष्टिर्वा चतुःषष्टिर्वर्णाः शम्भुमते

षडक्षरो गायत्रीचरणः

सांख्य में—पञ्चभूतानि, दशेन्द्रियाणि

योग में—पट्चक्राणि अष्टकमलानि दश रन्ध्राणि

वेदान्त में—एकमेवाद्वितीयं ब्रह्म

न्याय में—चतुर्विंशति गुणाः

द्व्यष्टुक त्र्यष्टुक

चार वेद अठारह पुराण कहते ही

इस प्रकार जहाँ देखिए तहाँ अङ्क ही अङ्क भरे हैं। आज भी—

भारत एक राष्ट्र है उसमें पन्द्रह प्रदेश, उत्तरप्रदेश, बिहार, बंगाल आदि हैं, इस प्रकार सामान्य प्रयोग में भी अङ्कों का व्यवहार होता है।

अङ्क-संकेत का आधार

यह निश्चित रूप से कहा जा सकता है कि भारतवर्ष में प्राचीनकाल से गणना का आधार दस ही रहा है। इसके सिवा किसी अन्य आधार का हमें संस्कृत साहित्यमें कोई संकेत नहीं मिलता। इन दसों में नव अङ्क तथा दशवाँ शून्य ये चिह्न बनाये गये हैं।

जहाँ तक हो मनुष्य दूसरे की सहायता तब चाहता है जब उसके पास व्यवहार चलाने का कोई सहारा न रहे। जिस काम को सहज से अपने आप किया जा सकता है उसमें दूसरे की क्या आवश्यकता ?

इसलिए गिनती के लिए अपने दोनों हाथों की अंगुलियों को काम में लाकर दश तक गिन कर उसे एक दहाई कहते रहना चाहिए। फिर औरों को

एकौस

अठारह

एकसौवाँस

तिरसठ, चौसठ

छः

५, पांच और दश

छ, आठ, दश

एक, दो

२४ चौबीस

दो तीन

४ चार १८ अठारह

समझाना चाहिए । संस्कृत में तीन लिङ्गों के अनुसार इनका प्रयोग इस प्रकार होता है—

		पुंलङ्ग	स्त्रीलिङ्ग	नपुंसकलिङ्ग
एक	१	एकः	एका	एकम्
दो	२	द्वौ	द्वे	द्वे
तीन	३	त्रयः	तिस्रः	त्रीणि
चार	४	चत्वारः	चतस्रः	चत्वारि
पांच	५	पञ्च	पञ्च	पञ्च
छ	६	षट्	षट्	षट्
सात	७	सप्त	सप्त	सप्त
आठ	८	अष्टौ-अष्ट	अष्टौ	अष्टौ
नौ	९	नव	नव	नव
दश	१० = एकदहाई	दश	दश	दश
दो बार दश	२०	विंशतिः	विंशतिः	
तीन बार दश	३०	त्रिंशत्	त्रिंशत्	
चार बार दश	४०	चत्वारिंशत्	चत्वारिंशत्	
पांच बार दश	५०	पञ्चाशत्	पञ्चाशत्	
छ बार दश	६०	षष्टि	षष्टि	
सात बार दश	७०	सप्तति	सप्तति	
आठ बार दश	८०	अशीति	अशीति	
नव बार दश	९०	नवति	नवति	
दशबार दश	१००	शतम्	शतम्	

दश को दशति या पंक्ति भी कहते हैं । महावैयाकरण पाणिनिने इन शब्दों की सिद्धि के लिए सूत्र बनाया है—“पंक्ति-विंशति-त्रिंशत्-चत्वारिंशत्-पञ्चाशत्-षष्टि-सप्तति-अशीति-नवति-शतम्”

(पा० ५।१।५६)

इस प्रकार जब एक में शून्य मिलाने से जैसे एक का दश गुना १० बना है, तो हाथ की अंगुलियों को १० बार मिलाने से १००—एक में दो शून्य, फिर १०० एक सौ का ज्ञान होने पर १०० एक सौ को १० बार मिलाने से एक सौ में एक शून्य बढ़ा देने से १००० एक हजार। इसी प्रकार दश हजार लाख, दश लाख, करोड़, दश करोड़, अरब, दश अरब, खरब, दश खरब इत्यादि और आगे भी समझना चाहिए। ज्यों-ज्यों आगे बढ़ेंगे तो अंकों का एक चमत्कार सामने आवेगा उसे हम बुद्धि में बैठानहीं सकते और उनका नाम रखना तो बहुत कठिन होगा। इस प्रकार इस अंक-सागर का अन्त नहीं मिलेगा। इसे हमारे अंक विद्या के पारङ्गत पण्डितों ने अनन्त नाम से कहा है।

जैसे-जैसे ज्ञान का बढ़ाव होगा तैसे-तैसे आप लोग आगे बहुत प्रसन्न होंगे।

हम अत्यन्त गौरव के साथ कह सकते हैं कि अत्यन्त प्राचीन काल में भी भारतीय साहित्य में बड़ी से बड़ी संख्या को व्यक्त करनेवाली संज्ञाएँ उपलब्ध हैं, जब कि प्राचीनसभ्यता का दम भरनेवाले यूनानी एवं रोमनों के पास दस से अधिक संख्याओं को व्यक्त करनेवाली कोई संज्ञा नहीं है। यजुर्वेद संहिता (१७।२) में हमें १३ संख्याओं तक की दशगुणोत्तर संज्ञाएँ प्राप्त हैं, तैत्तिरीय मैत्रायणी और कठ संहिताओं में भी प्रायः ये ही संज्ञाएँ मिलती हैं। यह क्रम आगे बढ़ता जाता है जो बारहवीं शताब्दी के प्रारम्भ में १६ संज्ञाओं तक पहुँच जाता है।

सन् १११४ ई० शक १०३६ में भास्कराचार्य नाम के सुप्रसिद्ध ज्योतिषी बहुत ही प्रवीण हो चुके हैं। जिन्होंने “संसार के मानवों को सर्व प्रथम यह बताया कि पृथिवी में आकर्षण शक्ति है और वह गुरु = भारी पदार्थ को, जो कि आकाश में उसकी सीमा में है, अपनी ओर खींचती है”। इन्हीं भास्कराचार्य ने अपनी पुस्तक लीलावती में इस विषय को समझाने के लिए यह सूत्र लिख दिया है—

एकदशशतसहस्रायुतलक्षप्रयुतकोटयः क्रमशः
अब्जं खर्वनिखर्व महापद्मशङ्कुवस्तस्मात्

जलधिश्चान्त्यं मध्यं परार्द्धमिति दशगुणोत्तराः संज्ञाः ।
संख्यायाः स्थानानां व्यवहारार्थं कृताः पूर्वैः ।

एक	१	इकाई
दश	१०	दहाई
सौ	१००	सैकड़ा
हजार	१०००	
दश हजार	१००००	
लाख	१०००००	
दश लाख	१००००००	
करोड़	१०००००००	
दश करोड़	१००००००००	
अब्ज अर्व	१०००००००००	
दश अब्ज अर्व	१००००००००००	
निखर्व	१०००००००००००	
दश निखर्व (महापद्म)	१००००००००००००	
शङ्कु	१०००००००००००००	
दश शङ्कु	१००००००००००००००	
अन्त्य	१०००००००००००००००	
दश अन्त्य	१००००००००००००००००	
परार्ध	१००००००००००००००००	
	+ १००००००००००००००००००	

जिस प्रकार एक से लेकर दश तक के बीच के १, २, ३, ४, ५, ६, ७, ८, ९ ये नौ अङ्क हैं उसी प्रकार १० दश से बीस, बीस से तीस, एक सौ तक के अङ्कों के नाम हिन्दी में प्रसिद्ध हैं आप सब जानते हैं । परन्तु जिन्होंने इन

अङ्कों के चिह्न १, २ आदि बनाए उन्होंने इनका नाम भी रखा है । संस्कृत में उन्हें इस तरह से उच्चारण करते हैं—

हिन्दी में	अंक	संस्कृत में	हिन्दी में	अंक	संस्कृत में
एक	१	एकः	चौबीस	२४	चतुर्विंशति
दो	२	द्वौ	पचीस	२५	पञ्चविंशति
तीन	३	त्रयः	छत्तीस	२६	षट्त्रिंशतिः
चार	४	चत्वारः	सताईस	२७	सप्तविंशति
पांच	५	पञ्च	अठाईस	२८	अष्टाविंशति
छै	६	षट्	उनतीस	२९	ऊन त्रिंशत्
सात	७	सप्त	तीस	३०	त्रिंशद्
आठ	८	अष्ट	एकतीस	३१	एकत्रिंशत्
नौ	९	नव	बत्तीस	३२	द्वात्रिंशत्
दश	१०	दश	तैंतीस	३३	त्रयत्रिंशत्
इग्यारह	११	एकादश	चौतीस	३४	चतुत्रिंशत्
बारह	१२	द्वादश	पैंतीस	३५	पञ्चत्रिंशत्
तेरह	१३	त्रयोदश	छत्तीस	३६	षट्त्रिंशत्
चौदह	१४	चतुर्दश	सैंतीस	३७	सप्तत्रिंशत्
पन्द्रह	१५	पञ्चदश	अड़तीस	३८	अष्टत्रिंशत्
सोलह	१६	षोडश	ऊनतालीस	३९	ऊनचत्वारिंशत्
सत्रह	१७	सप्तदश	चालीस	४०	चत्वारिंशत्
अठारह	१८	अष्टादश	एकतालीस	४१	एकचत्वारिंशत्
उनीस	१९	एकोनविंशति	ब्यालीस	४२	द्विचत्वारिंशत्
बीस	२०	विंशति	तैंतालीस	४३	त्रिचत्वारिंशत्
एक्कीस	२१	एकविंशति	चौवालीस	४४	चतुश्चत्वारिंशत्
बाईस	२२	द्वाविंशति	पैंतालीस	४५	पञ्चचत्वारिंशत्
तेईस	२३	त्रयोविंशति	छियालीस	४६	षट्चत्वारिंशत्

हिन्दी में	अंक	संस्कृत में	हिन्दी में	अंक	संस्कृत में
सैंतालीस	४७	सप्तचत्वारिंशत्	बृहत्तर	७२	द्विसप्तति
अडतालीस	४८	अष्टचत्वारिंशत्	त्रैरहत्तर	७३	त्रिसप्तति
ऊनचास	४९	ऊनपञ्चाशत्	चौहत्तर	७४	चतुः सप्तति
पचास	५०	पञ्चाशत्	पन्चहत्तर	७५	पञ्चसप्तति
एकाउन	५१	एकपञ्चाशत्	छिहत्तर	७६	षट्सप्तति
वाउन	५२	द्विपञ्चाशत्	सतहत्तर	७७	सप्तसप्तति
त्रेपन	५३	त्रिपञ्चाशत्	अठहत्तर	७८	अष्टसप्तति
चौउन	५४	चतुःपञ्चाशत्	उनासी	७९	उनाशीति
पचपन	५५	पञ्चपञ्चाशत्	अस्सी	८०	अशीति
छप्पन	५६	षट्पञ्चाशत्	एकासी	८१	एकाशीति
सताउन	५७	सप्तपञ्चाशत्	त्रयासी	८२	द्व्यशीति
अठाउन	५८	अष्टपञ्चाशत्	तेरासी	८३	त्र्यशीति
ऊनसठ	५९	ऊनषष्टि	चौरासी	८४	चतुरशीति
साठ	६०	षष्टि	पचासी	८५	पञ्चाशीति
एकसठ	६१	एकषष्टि	छियासी	८६	षडशीति
वासठ	६२	द्वाषष्टि	सतासी	८७	सप्ताशीति
त्रिसठ	६३	त्रिषष्टि	अठासी	८८	अष्टाशीति
चौसठ	६४	चतुः षष्टि	नवासी	८९	नवाशीति
पैंसठ	६५	पञ्चषष्टि	नव्वे	९०	नवति
छियासठ	६६	षट्षष्टि	एकानवे	९१	एकनवति
सड़सठ	६७	सप्तषष्टि	बयानवे	९२	द्विनवति
अड़सठ	६८	अष्टषष्टि	निरानवे	९३	त्रिनवति
उनहत्तर	६९	ऊनसप्तति	चौरानवे	९४	चतुर्नवति
सत्तर	७०	सप्तति	पचानवे	९५	पञ्चनवति
एकहत्तर	७१	एकसप्तति	छियानवे	९६	षण्णवति

हिन्दी में	अंक	संस्कृत में	हिन्दी में	अंक	संस्कृत में
सतानवे	६७	सप्तनवति	नितानवे	६६	नवनवति
अठानवे	६८	अष्टनवति	सौ	१००	शतम्
एक सौ एक	१०१		एकोत्तरम्	शतम्	
एक हजार एक	१००१		एकोत्तरसहस्रकम्		
एक लाख पांच	१००००५		पञ्चोत्तरं लक्षम्		
दश करोड़ पचीस	१००००००२५		पञ्चविंशति उत्तरा दश कोटिः ।		

इसी प्रकार सभी अंकों को बोलना और समझना चाहिए । इत्यादि

अङ्कों की श्रेणी (सीढ़ी) या पहाड़ा

आजकल पहाड़ा शब्द अधिक प्रयोग में है । वास्तव में अङ्कों की एक श्रेणी जो एक ही अङ्क की द्विगुणित त्रिगुणित चतुर्गुणित.....बनती है, उसे उस अङ्क की श्रेणी या श्रेढ़ी कहा जाता है, जिसे आजकल पहाड़ा कहा जा रहा है । जैसे २ की एक द्वि० त्रि० आदि गुणित श्रेणी २, ४, ६, ८, १०.....२०, २२, २४ अनन्त होती है, ऐसे ही ३ ६ ९ १२ १५ १८ २१ २४ २७ ३० ३३ ३६ अनन्त है ।

ईंटों की दिवाल बनाने के समय जिस माप के ईंटें नीचे में हैं, उसी माप के उनके ऊपर चढ़ाते-चढ़ाते एक बड़ी ऊंची दिवाल तैयार होती है वह ईंट की एक श्रेणी बन जाती है । इसी से “ईंट का पहाड़ा बन गया ।” “ईंटों का ढेर है” इत्यादि व्यवहार प्रसिद्ध है, वैसे ही अङ्कों की श्रेणी का नाम प्रत्येक अङ्क के नाम की श्रेणी या उस प्रत्येक अङ्क का पहाड़ा कहा जाता है ।

अङ्कों का विस्तार अनन्त होता है

जैसे १ में १ मिलाने से २, २ में १ मिलाने से ३, ३ में १ मिलाने से ४ होता है, उसी प्रकार २ में २ मिलाने से ४, ४ में २ मिलाने से ६ इत्यादि होता है। इन्हें हम कहाँ तक गिनेंगे। एक जीवन पूरा होनेपर भी यह कार्य पूरा नहीं होगा। इसलिए हम अपना व्यवहार चलाने के लिए १ में १ को दस बार तक जोड़ कर सभी अङ्कों के लिए एक प्रकार बना लेते हैं। एक ही ईँटा के ऊपर ईँटा रखते-रखते एतद् ढेर हो जाता है, इस प्रकार एक पहाड़ तैयार हो जावेगा। इसलिए एक-एक अङ्क को आगे जोड़ते-जोड़ते जो अङ्क बनते हैं, उससे उस अङ्क का पहाड़ बन जावेगा। अब हम इसे—१ अङ्क को १० बार जोड़ने को—१ का पहाड़ कहेंगे। इसी प्रकार दो तीन चार पांच सौ हजार लाख का भी, १० बार जोड़ने से १० तक का पहाड़ बनेगा। जैसे—१ एक का १० तक—

पहाड़—एक एकम्	१
एक द्विके	२
एक त्रिके	३
एक चौके	४
एक पांचे	५
एक छके	६
एक सते	७
एक अठे	८
एक नवे	९
एक दशे	१०

२ का भी १० तक पहाड़ा बनेगा, इसी प्रकार तीन चार पांच आदि का पहाड़ानीचे हैं ।

१	२	३	४	५	६	७	८	९	१०
२	४	६	८	१०	१२	१४	१६	१८	२०
३	६	९	१२	१५	१८	२१	२४	२७	३०
४	८	१२	१६	२०	२४	२८	३२	३६	४०
५	१०	१५	२०	२५	३०	३५	४०	४५	५०
६	१२	१८	२४	३०	३६	४२	४८	५४	६०
७	१४	२१	२८	३५	४२	४९	५६	६३	७०
८	१६	२४	३२	४०	४८	५६	६४	७२	८०
९	१८	२७	३६	४५	५४	६३	७२	८१	९०
१०	२०	३०	४०	५०	६०	७०	८०	९०	१००
११	२२	३३	४४	५५	६६	७७	८८	९९	११०
१२	२४	३६	४८	६०	७२	८४	९६	१०८	१२०
१३	२६	३९	५२	६५	७८	९१	१०४	११७	१३०
१४	२८	४२	५६	७०	८४	९८	११२	१२६	१४०
१५	३०	४५	६०	७५	९०	१०५	१२०	१३५	१५०
१६	३२	४८	६४	८०	९६	११२	१२८	१४४	१६०
१७	३४	५१	६८	८५	१०२	११९	१३६	१५३	१७०
१८	३६	५४	७२	९०	१०८	१२६	१४४	१६२	१८०
१९	३८	५७	७६	९५	११४	१३३	१५२	१७१	१९०
२०	४०	६०	८०	१००	१२०	१४०	१६०	१८०	२००

१—इस तालिका में प्रत्येक पहाड़ का आगे का अङ्क उसी अङ्क के बराबर बढ़ा है । जैसे ४ से ४ तक ८, ८ से ४ तक १२ इत्यादि ।

२—सीधी पंक्ति के कोष्ठक से १० तक पहाड़ जैसे बन रहा है, वैसे ही खड़ी पंक्ति के कोष्ठ में १, २, ३, ४, ५...का २० तक का भी पहाड़ा बन रहा है ।

३—किसी अङ्क के पहाड़ के १० तक में जो आखिरी अङ्क है, वैसा ही अङ्क ११ से २० तक या और जितना आगे चाहो आखिरी अङ्क है ।

४—किसी अङ्क के पहाड़े का दशगुना अङ्क उसी अङ्क में एक शून्य रखने से हो जाता है । जैसे ६ में शून्य रखने से ६०, ११ में रखने से ११०, २५ में रखने से २५० होता है ।

इस प्रकार यदि हम ४७ का पहाड़ बनाना चाहें तो आसानी से बना सकेंगे । जैसे ४७ में दो अङ्क ४ और ७ हैं । ४ और ७ का पहाड़ा हमें याद है तो ४७ एकम् ४७ यही होगा । ४७ दूने के लिए हमें ४ दूने ८, ७ दूने १४ मिलता है इसलिए ८ और १४ को मिलाकर जो अङ्क होगा, वही ४७ का दूना होगा । इसी प्रकार ४ और ७ का तिगुने चौगुने को मिलाने से ४७ का त्रिके चौके आदि बन जायेगा ।

यहाँपर ध्यान देना चाहिए अङ्क १...६ तक जो हैं, वही अङ्क सारे अङ्क सागर में हैं । इन अङ्कों का एक मान है, वह है उनके स्थान के हिसाब से । जैसे १४ चौदह में ४ का मान स्वतन्त्र इकाई का है, परन्तु १ का मान १० के बराबर है । अतः हमें ८ और १४ को जोड़ते समय $१४ + ८ = २२$ कहना बहुत भूल होगी, यह भी समझना चाहिए ।

१४

यहाँपर $\frac{८}{६४}$ —ही ठीक होगा ।

६४

१४

आप कहेंगे $\frac{८}{२२}$ चार को आठ के नीचे रखने से २२ ही होगा ? यह भी

२२

बड़ी भूल है । ४७ में जो चार है वह अपने दश गुने $= ४०$ के स्थान का है,

इसलिए ४ का दूना $= ८$ भी ४० के दूने $\frac{८०}{६४}$ होने से $\frac{१४}{६४}$ अपनी जाति का

जोड़ ४७ दूने ६४ होता है। इसी प्रकार ४७ त्रिके के लिए ४ का त्रिके १२

२१

१२

सात का त्रिके २१ का स्थानीय और सजातीय जोड़ १४१ होगा। इसी प्रकार

२८

१६

४७ चौके १८८ होगा, इसी प्रकार ४७ का पहाड़ा भी।

४७	१	४७	४७	७	२८
४७	२	१४			४६
		८०			३२६
		६४	४७	८	३२
४७	३	१२			५६
		२१			३७६
		१४१	४७	९	३६
४७	४	१६			६३
		२८			४२३
		१८८	४७	१०	४०
४७	५	२०			७०
		३५			४७०
		२३५			
४७	६	२४			
		४२			
		२८२			

इसी प्रकार तीन और पाँच के पहाड़े से ५३ का पहाड़ा बनेगा वह ५ और ३ के पहाड़ों का योग करने से ठीक बनेगा। जैसे—

५३	१	५३	५३	७	३५
५३	२	१०			२१
		६			<u>३७१</u>
		<u>१०६</u>	५३	८	४०
५३	३	१५			२४
		६			<u>४२४</u>
		<u>१५६</u>	५३	९	४५
५३	४	२०			२७
		१२			<u>४७७</u>
		<u>२१२</u>	५३	१०	५०
५३	५	२५			३०
		१५			<u>५३०</u>
		<u>२६५</u>			
५३	६	३०			
		१८			
		<u>३१८</u>			

इस प्रकार अनेक अङ्कों के पहाड़े आसानी से बन जाते हैं ।

गणित के पारिभाषिक शब्द

राशि—पहिले ये जितने अंक हैं उन्हें राशि या संख्या भी कहते हैं ।
राशि समुदाय के सदृश भागों से बनी हुई समझी जा सकती है ।

जैसे—भारतवर्षभर के पण्डितों की एक संख्या को भी एक पण्डित-राशि कहेंगे । किसी पाठशाला में ४५ छात्र हैं तो वह छात्रों की एक राशि हुई और उनमें से एक छात्र उस राशि की एक इकाई होता है ।

संख्या—वह पदार्थ है जिससे किसी राशि का परिमाण उसकी इकाई की इच्छा प्रकट करता है ।

जैसे—५ पांच संख्या पांच रुपये की राशि का परिमाण अपनी इकाई एक रुपये की इच्छा करता है ।

राशि और संख्या का प्रयोग प्रायः समान अर्थ में भी होता है इसलिए अङ्कगणित विद्या संख्याओं का प्रयोग सिखलाती है । अङ्कगणित के ज्ञाता विद्वान् को गणितज्ञ या गणितीय इन सनातन शब्दों से पुकारा जाता है । भास्कराचार्य ने गणितज्ञ को सांख्य पुरुष भी कहा है ।

उद्दिष्ट संख्या—प्रश्न में दी हुई संख्या का नाम उद्दिष्ट संख्या है ।

उक्त संख्या—जिस संख्या का उल्लेख पहिले किया जा चुका है ।

अभीष्ट संख्या—किसी मान ली गई संख्या का नाम अभीष्ट संख्या है ।

संख्योल्लेखनम् (संख्याओं का लेखन)—संख्याओं को अङ्क में लिख कर प्रकट करने को संख्योल्लेखन कहते हैं ।

संख्योल्लापनम् (संख्याओं का उच्चारण)—दी हुई संख्याओं को पढ़ना संख्योल्लापन कहलाता है ।

योगः (जोड़)—संख्याओं को सजातीय मान से जोड़ने से जो अंक होता है । उस का नाम योग है ।

जैसे $५ + ६ + १५ = २६$

= यह चिह्न बराबर के लिए है ।

+ यह चिह्न जोड़ने का होता है ।

—यह चिह्न घटाव का होता है ।

× यह चिह्न गुणा का होता है ।

÷ यह चिह्न भाग का होता है ।

योज्य संख्या—जिसमें कोई दूसरी संख्या जोड़ी जाती है उसे योज्य संख्या कहते हैं ।

योजक संख्या—जो संख्या किसी दूसरी संख्या में जोड़ी जाती है उसे योजक संख्या कहते हैं। जैसे ५ इकाई को ३ इकाई में जोड़ने से यहाँ ३ योज्य है और ५ योजक है योग = ८ है। इसे $३ + ५ = ८$ इस तरह लिखते हैं।

व्यवकलन या अन्तर (घटाव)—दो संख्याओं में जो बड़ी संख्या है वह छोटी संख्या से कितनी अधिक है इसके जानने की क्रिया को व्यवकलन कहते हैं।

वियोज्य और वियोजक संख्या—व्यवकलन की जो दो संख्याएँ हैं उनमें बड़ी संख्या को वियोज्य छोटी संख्या को वियोजक कहते हैं।

शेषम् या अन्तरम्—बड़ी संख्या में छोटी संख्या को कम करने से जो बचता है उसे शेष या अन्तर कहते हैं। जैसे ७ इकाई में ४ इकाई कम करने से ३ इकाई शेष रहती है। यहाँ पर ७ इकाई यह बड़ी संख्या वियोज्य एवं ४ इकाई यह छोटी संख्या वियोजक तथा ३ इकाई शेष कही जाती है। इसे $७ - ४ = ३$ ऐसे लघु रूप में लिखते हैं।

गुणनफल = वध = घात = हति—जिन दो संख्याओं का गुणनफल होता है उनमें पहिली (एक) संख्या को गुण्य, दूसरी (एक) संख्या को गुणक तथा दोनों की भावना से उत्पन्नफल को गुणनफल कहते हैं। जोड़ की सबसे छोटी सरणि का नाम गुणनफल है। ४×५ का मतलब होता है ४ में ४ को ५ बार जोड़ना।

जैसे $४ + ० = ४$ पहिला जोड़, $४ + ४ = ८$ दूसरी बार का जोड़। $८ + ४ = १२$ तीसरी बार का जोड़, $१२ + ४ = १६$ चौथी बार का जोड़, $१६ + ४ = २०$ पांचवी बारका जोड़। जब तक जोड़ का सुगम तरीका नहीं बना था तब लोग ऐसे ही क्लेश से जोड़ करते थे। पर जब धीरे धीरे दुनियाँ ने गणित में उन्नति की तब बहुत ही कम क्षणों में बड़े लम्बे से लम्बे गुणनफल हल हो रहे हैं।

—	—	—	—	—
—	—	—	—	—
—	—	—	—	—

खड़ी लकीर के ४ कोठों को तिरछी लकीर के पाँच कोठों के साथ जोड़ने से २० संख्या आ जाती है तब यह बात बुद्धि में आई कि $५ \times ४ = २०$ इसी प्रकार ७ को ८ बार जोड़ने का पुराना

तरीका छोड़ कर गणितज्ञों ने ७×८ सात अठे = ५६ यह गुणनफल कहते कहते निकाल दिया ।

यहाँ पर ७ यह गुण्य है, ८ यह गुणक है और $७ \times ८ = ५६$ यह गुणनफल है ।

भाज्य भाजक तथा लब्धि या भजन फल—किसी बड़ी संख्या में छोटी संख्या को बारबार घटाने से जैवार घटती है वह लब्धि होती है । जब घटाने वाली संख्या नहीं घटती है । तो उसी को शेष कहते हैं । जैसे १७ में दो का भाग देना है । इसे यदि हम यह समझें कि एक १७ फीट की लकड़ी में दो दो फीट के हमें टुकड़े बनाने हैं, तो—

१७ फीट में दो फीट का पहिली बार का पहिला टुकड़ा काट कर १५ फीट लकड़ी बची फिर २ फीट काटने से दूसरीबार १३ फीट फिर तीसरीबार ११ फीट चौथीबार ९ फीट फिर पांचवीबार ७ फीट फिर छठीबार ५ फीट फिर सातवीबार ३ फीट आठवीबार १ फीट लकड़ी बची । ९ वाँ टुकड़ा हमारे काम का नहीं है इस लिए, कि वह २ फीट नहीं है । तात्पर्य यह निकला कि १७ फीट में से २ फीट के टुकड़े बनाते हुए हमें ८ टुकड़े उपलब्ध हुए इसी ८ का नाम लब्धि है । १ फुट जो बचा इसी का नाम शेष है । २ फुट की लम्बाई से बाँटने लगे या विभाग करने लगे तो यह २ फुट भाजक हुआ । १७ फीट के टुकड़े करने लगे तो १७ यह भाज्य (जिसका विभाजन किया जा रहा है) हुआ ।

इस कार्य में भी अविकसित गणित की स्थिति में मनुष्य को पहले भाग देने में कठिनता हुई होगी धीरे-धीरे गणित ने विकास की ओर प्रगति की जिससे भाग की यह क्रिया पहाड़ ज्ञान के आधार से सरल हो गयी । जैसे—

१७ ÷ २ यहाँ १७ में २ आठ बार पूरे घट रहा है २ अठे सोलह कहते हुए = भाज्य

$$\begin{array}{r} 2 \text{ भाजक } \overline{) 17} \begin{array}{l} 8 \\ 16 \end{array} \begin{array}{l} 2 \\ 16 \end{array} \begin{array}{l} 1 \\ 2 \end{array} \end{array}$$

१ शेष

एक ऐसा युक्ति-युक्त चित्र बनाने से झट पट ८ लब्धि तथा १ शेष का ज्ञान हो गया ।*

अध्याय २

अङ्कों से संख्याओं को जानना

एक से लेकर नौ तक जो चिह्न १, २, ३, ४, ५, ६, ७, ८, ९ ये लिखे गए हैं इन्हें अङ्क कहते हैं । इन्हें एक से लेकर नौ तक की संख्या भी कहते हैं । इनके अतिरिक्त एक बहुत बड़े काम का चिह्न है उसका स्वरूप है ० । इसे शून्य

*आदि काव्य के प्रणेता वाल्मीकि मुनि को गणित का पूर्ण ज्ञान था उन्होंने “साक्षाद्रामो रघुश्रेष्ठो शेषो लक्ष्मण उच्यते” से भाग देने की पद्धति बताया है—

$$\begin{array}{l} \text{भाजक} = \text{शत्रुघ्न} \quad \text{राम} = \text{भाज्य} \quad \left(\begin{array}{l} \text{भरत} = \text{लब्धि} \\ \text{भरत} \times \text{शत्रुघ्न} \end{array} \right) \\ \hline \text{लक्ष्मण} = \text{शेष} \end{array}$$

तिस पर भी राम = अविभाज्य अखण्ड ब्रह्म है । जीव भी अखण्ड ब्रह्म के अंश हैं । जीव भक्त ब्रह्म फिर भी अखण्ड ही रहता है । भरत और शत्रुघ्न राम के जीव रूप अवयवों को कम करने से लक्ष्मण रूप (शेषावतार) शेष रहता है । इस विषय में बुद्धि ज्यों-ज्यों बढ़ेगी ज्ञान सञ्चय होगा तब आगे अखण्ड ब्रह्म का भी पूर्ण ज्ञान होगा । सारा गणित ही वेदान्त है यहाँ यही संकेत पर्याप्त होगा ।

कहते हैं। इन चिह्नों से संख्या पढ़ते समय उनका उच्चारण चिह्न और संख्या निम्न भांति समझनी चाहिए।

एक दो तीन चार पांच छः सात आठ नौ शून्य
१ २ ३ ४ ५ ६ ७ ८ ९ ०

इन्हीं अंकों से अनन्त अङ्क बनते हैं। अब यदि हमें ग्यारह वाईस तैंतीस पैतालीस छुप्पन सढ़सठ अटहत्तर नवासी निनानवे तक संख्याओं को अङ्को में लिखना पड़े तो क्रमशः उन्हें ११, २२, ३३, ४५, ५६, ६७, ७८, ८९, ९९ ऐसे लिखना होगा।

इन अंकों में दाहिनी ओर का अंक अपना शुद्ध मान १, २, ३, ४, ५, ६, ७, ८, ९, तक अपने ही बराबर है। किन्तु दाहिनी ओर से बाईं ओर का कोई भी अङ्क अपने शुद्ध इकाई के मान से १० दश गुना बड़ा होता है। जैसे ११ में दाहिनी ओर का १ अंक केवल इकाई १ के तुल्य है। लेकिन इस एक के बाईं तरफ का १ का अङ्क अपने शुद्धमान १ का दश गुना है इस लिए १ और बाईं तरफ के एक अंक को मिला कर लिखने से ग्यारह की गिनती बनती है। इसी प्रकार १२ में दाहिनी तरफ का अंक २ अपने शुद्धमान इकाई दो के स्थान में है लेकिन बाईं तरफ का १ एक अंक यहाँ पर भी १० के बराबर होने से दाहिनी और बाईं तरफ के १, २ अंक से १२ बारह संख्या बनती है। इसी प्रकार ३ इकाई या ४ या ५ या ६ या ७ या ८ या ९ को अकेले रखते हुए उनके दाहिनी ओर नौ स्थानों में एक रखने से तीन इकाई एक दहाई १३ तेरह, ४ इकाई एक दहाई १४ चौदह एवं पन्द्रह सोलह इत्यादि अंक बनते हैं।

इसी प्रकार १, २, ३, इकाइयों को दाहिनी ओर रखकर नौ जगहों में २ दो दहाई दाहिनी संख्या के बाईं तरह रखने से २१, २२, २३, २४, २५, २६, २७, २८, २९, एकद्वीस वाईस तेईस इत्यादि २९ तक की संख्याएँ बनेंगी। इसी प्रकार यदि एक दो तीन चार इकाइयों को ९ जगह रखकर इनके बाईं तरफ ९ को ९ जगह रखेंगे तो ९१, ९२, ९३, ९४, ९५, ९६, ९७, ९८, ९९, एकानवे वयानवे तेरानवे निनानवे तक अंक बन जाते हैं।

इसी प्रकार बाईं तरफ १, २, ३, ४, ५, ६, ७, ८, ९ तक रखने तथा प्रत्येक के आगे ० शून्य इकाई एक दहाई को मिलाकर रखने से दश, शून्य इकाई दो दहाई को २०, एवं ३० तीस—

चालीस	पचास	साठ	सत्तर	अस्सी	नब्बे	से	निनानवे	तक
४०	५०	६०	७०	८०	९०		९९	

के अंक हो जाते हैं ।

इसके आगे के अङ्क

ऊपर लिखी बातों से यह स्पष्ट हो रहा है कि एक से नौ तक की संख्या केवल एक अंक से, तथा दश से निनानवे तक की संख्या दो अङ्कों द्वारा लिखी जा रही है । इसी प्रकार एक सौ १०० से लेकर नौ सौ निनानवे तक की संख्या तीन अंकों से लिखी जावेगी । नौ सौ निनानवे ९९९ में दाहिनी तरफ का नौ अंक स्वतन्त्र एक दहाई इससे बाईं तरफ का ९ अङ्क दशगुना नवे का बोधक इसके और बाईं तरफ का ९ नौ अंक शत स्थानीय = सैकड़ा के साथ का होने से नौ सौ निनानवे से ९९९ ऐसा लिखा जावेगा । इसी प्रकार १२३ इस अंक को एक सौ तेईस ऐसे कहेंगे ।

यदि कोई संख्या तीन से अधिक चार अङ्कों से लिखी जाय तो वह अङ्क सहस्र (हजार) स्थान तक का कहा जावेगा । जैसे ७,४३२ यहाँ पर अपने दाहिने साथ लगा हुआ प्रत्येक बायाँ अङ्क दाहिने अङ्क का दश गुना है । इसके माने यह भी हुए कि इस अंक के दाहिने २ अङ्क का दशगुना अङ्क ३ है, ३ तीन का दश गुना उसका बायाँ अङ्क ४ चार है, चार अङ्क के दश गुणित स्थान में ७ अङ्क है । तब इसे

००००००००००

७ सात हजार

७०००

४ चार सौ

४००

३२ वत्तीस

३२

जोड़ करने से सात हजार चार सौ बत्तीस ऐसे पढ़ा जायेगा । इसी प्रकार दाहिने अंक से जै अंक बांये बढ़ते जायेंगे उतनी ही बांयी संख्या दश-गुनी होती जाती है । उसे पढ़ने के लिए पहिले दश हजार, लाख, दश लाख करोड़, पहिले लिखी रीति से समझना होगा । जैसे—

२३४५६ को—तेईस हजार चार सौ छप्पन पढ़ेंगे ।

१३२५६७ को—एक लाख बत्तीस हजार पाँच सौ सड़सठ

५१३२५६७ को—एकावन लाख बत्तीस हजार पाँच सौ सड़सठ

६५१३२५६७ को—छःकरोड़ एकावनलाख बत्तीसहजार पाँचसौ सरसठ

७६५१३२५६७ को—छिहत्तर करोड़ एकावन लाख बत्तीस हजार पाँच सौ सड़सठ

८७६५१३२५६७ को—आठ अरब छिहत्तर करोड़ एकावन लाख बत्तीस हजार पाँच सौ सड़सठ

९८७६५१३२५६७ को—अठानवे अरब छिहत्तर करोड़ एकावन लाख बत्तीस हजार पाँच सौ सड़सठ

इसी प्रकार अनन्त संख्याएँ इन नौ अङ्कों से बनती हैं ।

उदाहरण माला १

नीचे लिखी संख्याओं को मौखिक शब्दों में बताओ । फिर लिख के दिखाओ ।

१—७, ८, १०, ४७, ९९, ७६, ४४, ६०, २९, ६३, ९९ ।

२—१००, १११, १३१, १९१, ४०५, ५१४, ६०७, ८३०, ९९९ ।

३—१३२१, १२३२, २३१२, ३२२१, ३१२२, ६०५०, ७००९, ९९९९ ।

४—५४३२१, ६५४३२, ४५६३२, ७६५४३, ३६७४५३, ७९९९, ९९९९ ।

५—६४३२१९, ९६४३२१, ४३२१९९, ५४३२१९, ९१२३४८, ९९९९९९ ।

९९९९९९ ।

६—१००३४५६७, ७८६५४३२१, ७८६१०१११७, १०३४५६७८ ।

७—६६६६६६६६, १०००००००००, १००००००००१, ६६०००००६ ।

नीचे के अङ्कों में प्रत्येक का स्थानीय मान बताओ ।

८—१२, २५, ३३, ७६, ६६, १२३, ३३६७, ८००६५६

नीचे के अंकों में शून्य से क्या बोध होता है ।

९—३०१०५६, ४०००५०२१, ४०१२०३०४०५०६

१०—पाँच अङ्कों की सबसे छोटी संख्या बताओ ?

११—चार अङ्कों की सबसे बड़ी संख्या बताओ ।

संख्याओं को लिखकर बताओ

जैसे पचपन लाख पैतालीस हजार पाँच सौ पचपन । यहाँपर बाँयी ओर से एक लाइन में पर्याप्त शून्य लिख दो । दाहिना ० इकाई उससे दाहिना दहाई फिर सैकड़े, हजार, दस हजार, लाख, दश लाख, करोड़, दश करोड़, अर्ब, दश अर्ब.....इत्यादि स्थान शून्य का मानो । तब शब्दों में अर्ब, करोड़ जहाँ जो अंक पड़े वहाँ उसके नीचे उसे लिख दो । जैसे—

द. अ. अर्ब द. क. करोड़ द. ला. लाख द. ह० हजार सै. द. इ.

० ० ० ० ० ० ० ० ० ० ० ०

पचपन लाख में दो अङ्क हैं इसलिए एक पाँच दश लाख के नीचे दूसरा पाँच लाख के नीचे, चार दश हजार के नीचे, पाँच हजार, ५ सैकड़ा और दोनों आखिरी पाँच दहाई एवं इकाई के शून्यों के नीचे होगा तब इसे उक्त भाँति लिख सकेंगे । और एक उदाहरण है—६७८६, ७५६४, ५५

० ० ० ० ० ० ० ० ० ० ० ०

६ ७ ८ ६ ७ ५ ६ ४ ५ ५

अरब स्थानीय शून्य के नीचे ६ है अतः यह संख्या शब्दों में ६ अर्ब ७८ करोड़ ६७ लाख ५६ हजार ४ सौ ५५ पढ़ी जायगी ।

दूसरा उदाहरण—० ० ० ० ० ० ० ० ० ०

१ ० ५ ० ४ ० ० ० ३ ४ में अरब के नीचे १ है अतः १ अरब (दश करोड़ के नीचे ० है, करोड़ के नीचे ५ है अतः) ५ करोड़ चार लाख चौतीस पढ़ा जावेगा ।

उदाहरण माला २

शब्दों में लिखी इन संख्याओं को अङ्कों में लिखो ।

१—तेरह, पैंतालीस, उनासी, एकानवे, एकतीस, तेईस चालीस, अड़सठ ।

२—एक सौ ग्यारह, एक सौ एक, पाँच सौ चालीस, छ हजार सात सौ एकतालीस ।

३—तेरह सौ, पाँच सौ, दो हजार तीन, पैंतालीस हजार चार सौ एक ।

४—पैंतीस लाख आठ सौ छ ।

५—दश करोड़ तीन सौ ।

६—पचीस खरब पचास ।

७—दो नील बीस खर्व पचीस अर्ब पैंतीस करोड़ पैंतालीस लाख पैंतीस हजार तीन सौ ।

८—एकहत्तर नील पाँच, पचीस पन्न दो ।

९—नौ अङ्कों की सबसे छोटी और आठ अङ्कों की सबसे बड़ी संख्या लिखो ।

१००००००००

६६६६६६६६

१०—दो छात्रों से पचास करोड़ आठ लाख छै हजार एक लिखने को कहा परन्तु एक ने पाँच करोड़ अस्सी लाख एकसठ और दूसरे ने पचास करोड़ आठ

लाख एकसठ हजार ही लिख दिया । दोनों के उत्तर ठीक नहीं हैं इन्हें ठीक बताओ ।

११—तीन अङ्कों की सबसे छोटी संख्या एक ने १११ लिख दी दूसरे ने १०१ लिखी—क्या ठीक होनी चाहिए ।

अङ्कों का योग

दो या तीन या चार या अनेक संख्याओं को मिलाकर जो एक संख्या बनती है वह संख्या उन सब संख्याओं की योग संख्या कही जाती है । संस्कृत में योग को सङ्कलन कहते हैं । दो संख्याओं का जोड़ करते समय एक संख्या का नाम योज्य और दूसरी संख्या का नाम योजक होता है । यह बात परिभाषा प्रकरण में स्पष्ट की गई है । अङ्कों का योग या वियोग दाहिनी तरफ से (इकाई की तरफ से) करना हो तो इसे क्रम से योग या वियोग कहते हैं । यदि बाई तरफ के अंकों का आपस में योग या वियोग (जोड़ या घटाव) किया जाय तो इसे उत्क्रम स्थानीय योग या वियोग कहते हैं । ध्यान देने की बात है कि यहाँ जिस अंक का जो इकाई दहाई (एक दशशत) सम्बन्धी जो भी स्थान हो उसका पूरा ध्यान रखने से दोनों तरफ से किया गया योग या वियोग कभी भी भिन्न २ रूप का कदापि नहीं होगा । वह सदा एक ही तरह का आता है यह विशेषता गणित की है । भास्कराचार्य में अपनी लीलावती में यही बात बताई भी है

“कार्यः क्रमादुत्क्रमतोऽथवाङ्कयोगो यथा स्थानकमन्तरं वा”

कोई दूसरी संख्या जिसमें जोड़ी जाती है वह योज्य और जो जोड़ी जाती है वह योजक संख्या कहलाती है । जैसे योग के चिह्न धन + से $५ + ४ = ९$ यहाँ पांच में चार जोड़ा जा रहा है + यह चिह्न जोड़ आशय को स्पष्ट कर रहा है ।

अभ्यास के लिए

नीचे एक तालिका जोड़ की दी जा रही है। यह तालिका १ से लेकर ९ नौ तक के अंको के परस्पर के जोड़ से बनती है। बुद्धिमान् गुरुजन अपने शिष्यों को जोड़ का गणित समझाते समय इस तालिका को सर्व प्रथम बुद्धिगत करा देते हैं।

आप जानते हैं कि सारे ब्रह्माण्ड में अङ्क असली में ९ तक ही हैं। “९ से आगे करोड़ों अंकों खरों तक अङ्क हैं” ऐसा हम पहिले बता चुके हैं। पर महत्व की बात तो यही है कि अधिक से अधिक लम्बी से लम्बी पंक्ती में लिखी गई अङ्क संख्या चाहे वह अंकों या खरों से भी बहुत आगे की क्यों न हो पर उसमें अङ्क एक से ९ तक ही मिलेंगे। इसलिए

जैसा भी बड़े से बड़े अङ्क का जोड़ हो उसमें १, २, ३, ९ होने से एक तरह के एक से ९ तक अङ्कों का जोड़ कण्ठगत हो जाना बहुत सुविधा है। जैसे नीचे की तालिका में दो एक लकीरें दाहिनी और दो लकीरें सामने अपनी तरफ खींचने से एक चबूतरा सा बनेगा। उसमें दोनों तरफ समान पत्थर के १०-१० पत्थर जड़े हैं इस प्रकार इस चबूतरे में १०० पत्थर के टुकड़े जड़े जायेंगे जिस से हम जोड़ की विद्या समझेंगे।

यहाँ पर तिरछी व सीधी लाइन के अङ्कों में $१ + १ = २$

$$२ + ३ = ५$$

$$८ + ५ = १३$$

$$९ + ९ = १८$$

$$७ + ८ = १५$$

यह प्रत्यक्ष है। इसे कण्ठस्थ करना चाहिये।

	०	१	२	३	४	५	६	७	८	९
०	०	१	२	३	४	५	६	७	८	९
१	१	२	३	४	५	६	७	८	९	१०
२	२	३	४	५	६	७	८	९	१०	११
३	३	४	५	६	७	८	९	१०	११	१२
४	४	५	६	७	८	९	१०	११	१२	१३
५	५	६	७	८	९	१०	११	१२	१३	१४
६	६	७	८	९	१०	११	१२	१३	१४	१५
७	७	८	९	१०	११	१२	१३	१४	१५	१६
८	८	९	१०	११	१२	१३	१४	१५	१६	१७
९	९	१०	११	१२	१३	१४	१५	१६	१७	१८

उक्त तालिका को देखकर मौखिक जोड़ का गणित आसान हो जाता है जैसे $१ + १ = २$, $२ + १ = ३$, $३ + १ = ४$, $४ + १ = ५$, $५ + १ = ६$, $६ + १ = ७$, $७ + १ = ८$, $८ + १ = ९$, $९ + १ = १०$,

तथैव $२ + २ = ४$, $२ + ३ = ५$, $२ + ४ = ६$, $२ + ५ = ७$, $२ + ६ = ८$, $२ + ७ = ९$, $२ + ८ = १०$, $२ + ९ = ११$, और भी इसी प्रकार समझते हुए—

$९ + १ = १०$, $९ + २ = ११$, $९ + ३ = १२$, $९ + ९ = १८$ इसी प्रकार $५ + ४$ कितना होता है तो तालिका में एक तरफ ५ दूसरी तरफ ४ देख कर दोनों कोष्ठकों के मेल के कोष्ठ में ९ मिलेगा। $६ + ७ =$ कितने के तो दोनों के मेल में १३ अङ्क आता है। ऐसे ही $९ + ७ =$ १६ इस लिए उक्त तालिका में दिए हुए अङ्कों का योग अवश्य कंठगत कर लेना बहुते उपयोग की चीज होती है।

उदाहरणमाला ३

मौखिक जोड़ के प्रश्न अभ्यास के लिए

१—२ और ९, ३ और ४, ८ और ७, ७ और ५, ९ और ९, ९ और ७
१० और ७, २० और ८, ३० और २६, ५० और ९, ११ और ७,
२० और ७, २६ और ४, ३६ और ३, ७२ और ७, १५ और ७
१६ और ८, ९७ और ७, ९९ और १०, इन सब का योग बताओ।

२—५ को ७, १७, २७, ३७ में जोड़ो।

७ को ९, १९, २९, ३९ में जोड़ो।

८ को ८, १८, २८, ३८ में जोड़ो।

९ को ९, १९, २९, ३९ में जोड़ो।

३—१ और २ कितने होते हैं, ३ और २, ५ और २, २ और ३, ५ और ३,
८ और ३, ८ और ५, १३ और ५ कितने होते हैं।

- ४—इस प्रकार जोड़ने का अच्छा अभ्यास हो जाय तो ४ से आरम्भ करके ६ को जोड़ते हुए गिनते जाओ ।
- ५—हमारे एक हाथ में १० गोलियाँ हैं दूसरे हाथ में ७ गोलियाँ हैं तो बताओ हमारे पास कुल कितनी गोलियाँ हैं ।
- ६—१२ वस्तुओं का एक दर्जन होता है उसमें ३ मिलाने से कितनी वस्तुएँ होंगी ।
- ७—राम के पास १६ गोलियाँ थी ८ उसने और जीतली तो बताओ अब उसके पास कितनी गोलियाँ हैं ।
- ८—मैंने एक मेज १६ रुपये को मोल ली और १ कुर्सी ७ रुपये को तो बताओ मेरे पास से कितने रुपये व्यय हुए ।
- ९—एक रुपये के तेरह आम मिलते हैं तो २ रुपये के कितने आम मिलेंगे ।
- १०—रामने २५ आम और ६ नारङ्गियाँ मोल लीं तो बताओ उसने कितने फल मोल लिए ।
- ११—तुम्हारी अवस्था १३ वर्ष की है तुम्हारे भाई की तुमसे ७ वर्ष अधिक, तो बताओ तुम्हारे भाई की अवस्था क्या है ।
- १२—यदि सुरेश २० रुपये दिनेश को दे दें तो सुरेश की थैली में १५ रुपया शेष रहते हैं तो बताओ सुरेश के पास कितने रुपये हैं ।
- १३—दिनेश ८ गोलियाँ हार गया २७ गोलियाँ शेष रह गईं तो बताओ दिनेश के पास पहिले कुल कितनी गोलियाँ थीं ।
- १४—विश्वनाथ ने एक दिन ३५ किलोग्राम चावल मोल लिए दूसरे दिन ६ किलोग्राम, तो बताओ विश्वनाथ ने कुल कितने किलोग्राम चावल मोल लिए ।
- १५—विश्वनाथ के पिता ने महीने की पहिली तिथि को अपनी स्त्री को २० रुपये, विश्वनाथ को १० रुपये तथा बड़ी लड़की पद्मा को ५ रुपये दिये तो बताओ उन्होंने कुल कितने रुपये दिए ।
- १६—पाँच सड़कों में प्रत्येक की क्रमशः १, २, ३, ४, ५ किलोमीटर की लम्बाई है । बताओ सड़कों की कुल लम्बाई कितनी है ।

१७—मैंने एक कापी ४० न० पै० और स्याही की बोटल उससे २५ न० पै० अधिक में ली तो बताओ मैंने कुल कितना व्यय किया ।

१८—एक रस्सी में से प्रथम २७ मीटर काट लिया, फिर ८ मीटर काटा अब ७ मीटर रस्सी शेष रह गई, तो बताओ रस्सी कितनी लम्बी थी ।

मौखिक जोड़ के समय ध्यान देना चाहिए यदि २५ में ७ को जोड़ना है तो पहिले ७ के खण्ड कर लिये $५ + २ = ७$ । अब $२५ + ५ = ३० + २ = ३२$ इस प्रकार की क्रिया करनी चाहिए ।

इसी प्रकार $७५ + २५$ तो $८० + २० = १००$ समझना चाहिए ।

क्रम से जोड़	उत्क्रम से जोड़	और भी	
७५	७५	२८८	२८८
२५	२५	१२	१२
<hr/>	<hr/>	<hr/>	<hr/>
१००	६०	३००	२६०
	१०		१०
	<hr/>		<hr/>
	१००		३००

दो से अधिक तथा बड़ी संख्याओं के जोड़ की विधि

जब दो से अधिक अनेक संख्याओं का योग करना हो तो इकाई के नीचे दहाई सैकड़े के नीचे सैकड़े इस प्रकार प्रत्येक जोड़ के अङ्कों को इकाई से अर्थात् अपने अपने मान के स्थानों पर रखना चाहिए ।

छोटी संख्याओं में अभी बताई हुई क्रिया से भी काम चल सकता है । जैसे यदि ६, ३, ४, ५, ८, ९ का योग करना हो तो—

$६ + ३ = ९$, फिर $९ + ४ = १३$, पुनः $१३ + ५ = १८$, फिर $१८ + ८ = २६$ पुनः $२६ + ९ = ३५$ यही $६ + ३ + ४ + ५ + ८ + ९ = ३५$ होता है बड़ी संख्याओं के जोड़ने में निम्नलिखित क्रिया की जाती है । जैसे—

४८६ यहाँ पर प्रथम इकाइयों को जोड़ना चाहिए जैसे $६ + ६ +$
 ५०६ $५ = २०$ इकाइयाँ हुई इनमें शून्य इकाई और दो दहाई हुई।
 ६५ फिर दो दहाई को दहाई की खड़ी पंक्ति में $२ + ६ + ० +$
 ————— $८ = १६$ होता है। सोलह में ६ दहाई को दहाई के नीचे रख
 १०६० कर एक सैकड़े को सैकड़े में जोड़ना चाहिए। तब $१ + ५ +$
 $४ = १०$ दश यही हुआ। यहाँ सैकड़े के जोड़ में शून्य होता है
 एक संख्या वाई तरफ बढ़ जाने से १ का मान हजार में हो जाने से इन तीन
 संख्याओं का जोड़ एकहजार साठ होता है।

एक दूसरा उदाहरण है अभ्यास बढ़ने पर यहाँ मानसिक क्रिया से सरलता पूर्वक जोड़ होता है। जैसे—

५४३०५ यहाँ पर इकाइयों में $५ + ० + ५ + ३ + ४ + ८ + ३ +$
 ६६२६० $१ + १ + ० = ३०$ तब ३० का शून्य इकाई के नीचे रख
 ८६७७५ कर हाथ लगे ३ बोलते हुए इस तीन को दहाई के अङ्कों
 ७०१२३ में $३ + १ + २ + ६ + २ + २ + ७ + ६ + ० = ३२$ बत्तीस
 ६५०२४ का २ हाथ लगे ३ फिर..... $३ + १ + २ + ० + १ +$
 ३२६८ $६ + २ + ३ = १८$ अठारह के आठ हाथ लगे १,
 १२३ $१ + ३ + ५ + ० + ६ + ७ + ४ = २६$ उनंतीस के
 ११ ६ हाथ लगे २, $२ + ६ + ७ + ८ + ६ + ५ + ३४$
 ? चौतीस के ४, हाथ लगे ३ को लाख के स्थान
 ० में रख देना चाहिए। तब ३४६८२० यही तीन लाख
 —————
 ३४६८२० उनचास हजार आठ सौ बीस जोड़ने से उत्तर होता है।

उदाहरण माला ४

(गुरु जी प्रश्न बोलेंगे, विद्यार्थी अपनी कापी में लिखेंगे तब जोड़कर

कापी में लिखे प्रश्नों का उत्तर गुरु जी जांच कर (शोधकर) विद्यार्थियों को यह भी बतावेंगे जो उन्होंने गलतियाँ की हैं ।)

जोड़ो

(१)	३	(२)	६	(३)	८	(४)	७	(५)	५६	(७)	७३
	५		६		७		५		४२		२६
	६		८		६		८		—		—
	४		७		७		६		—		—
	—		—		—		—		—		—

(८)	४०	(९)	६०	(१०)	७६	(११)	३७५	(१२)	८७६	(१३)	७६
	३७		५०		८४		२०८		८२		४०
	—		—		—		—		१६०		६७३

(१४)	२८	(१५)	५८०७३	(१६)	४६७८६५	(१७)	३५७८२४
	४००७		६७०५		५८००६		५८६३६७६
	३५०		३६८		५५५५		८२७६५६३
	६		७८०००		७६५०७३		६५२८७८६
	३०२		२६		५६७६६२		३४७४६२३
	—		—		३६८०००		८६२३४६३

मोल बताओ—

(१८) ४३२३६८ + ७८६७ + ८३६८६ + ७०३०

(१९) ३४५६ + ४५६ + ५६ + ६ + ७६००० + ६८४५३०७८६

नीचे शब्दों में लिखी संख्याओं को अङ्कों में लिख कर जोड़ों—

(२०) छः सौ त्रानवे, चार लाख पैंतालिस हजार सात, अठानवे लाख सात सौ पैंतालीस और सात ।

(२१) उन्नीस + सातलाख सात हजार सात + तीन अरब चार करोड़ चौहत्तर लाख उन्तीस + आठ करोड़ आठ लाख आठ हजार आठ + सात हजार सात सौ त्रयालीस + छः + तीन लाख चार सौ सात, ये सब जोड़ कर कितने हुए ।

(२२) ७६, ३७८०४६, ३०५६७, ८, ६३४५, ३००००६, ३७०८, ३०६ ३७८०५८६२, २८, ७६२३००१ और ३४२ का योगफल बताओ ।

(२३) वह कौन-सी संख्या है जिसमें से ३४५७ निकाल लें तो शेष ४७६ रहे ।

(२४) एक मनुष्य का जन्म १८५६ में हुआ वह कब ३४ वर्ष का होगा ।

(२५) सौर वैशाख ३१ दिन का, ज्येष्ठ ३२ दिन का, आषाढ़ ३१ दिन का, श्रावण ३१ दिन का, भाद्र ३१ दिन का, आश्विन ३० दिन का, कार्तिक २६ दिन का, मार्गशीर्ष २६ दिन का पौष ३० दिन का, माघ ३० दिन का, फाल्गुन ३० दिन का और चैत्र ३१ सौर दिन का महीना होता है तो बताओ सम्पूर्ण वर्ष में कितने दिन होंगे ।

(२६) भारत की राजधानी दिल्ली की जनसंख्या लगभग ३५ लाख, कलकत्ता की ५२ लाख, बम्बई की १५ लाख है तो इन तीनों प्रसिद्ध नगरों की कुल जनसंख्या कितनी है ।

(२७) एक पाठशाला में प्रथमा में १०० विद्यार्थी, मध्यमा में ५० विद्यार्थी, शास्त्री में २५ विद्यार्थी और आचार्य में १० विद्यार्थी पढ़ते हैं । तथा अध्यापक संख्या पाठशाला में (ज्यौतिष न्याय व्याकरण आदि अनेक विभागों के होने से) लगभग ५० हैं तो बताओ उस विद्यालय में छात्र और अध्यापक कुल कितने हैं ।

(२८) पाँच अङ्कों की सबसे बड़ी संख्या में चार अंकों की सब से छोटी संख्या जोड़ने से योगफल जो होता है उसमें ६ अंकों की वह संख्या जिसमें

इकाई से लाख तक में केवल १ ही एक है उसे जोड़ने से क्या योगफल होगा ।

(२६) एक परीक्षा केन्द्र स्थान के ५ कमरों में छात्रों की परीक्षा होती है । प्रत्येक कमरे में क्रम से ३७, १०५, ४८, ६५ और १२१ छात्र परीक्षा दे रहे हैं । बताओ परीक्षार्थी कुल कितने हैं ।

(३०) किसी बड़े विद्यालय के पुस्तकालय में छपे हुए संस्कृत के ग्रन्थ ५०५५ हैं । हस्तलिखित ग्रन्थ जो अभी तक मुद्रित नहीं हुए वह ५०००० हैं । प्राचीन राजाओं के संग्रहालयों से इस पुस्तकालय में ४७२८ हस्तलिखित ग्रन्थ और आ गये हैं । पता लगा है कि बहुत अच्छे से अच्छे ग्रन्थ जो मुद्रित भी नहीं हैं और जिनकी १ एक ही प्रतिलिपि है ऐसे लन्दन के केम्ब्रिज के विशाल पुस्तकालय में हैं जिनकी संख्या १ सहस्र तक हो सकती है वह भी पुस्तकें यदि इसी पुस्तकालय में आ जावेंगी तो इस पुस्तकालय में कुल ग्रन्थ संख्या कितनी हो जावेगी ।

(३१) किसी ब्राह्मण पण्डित ने अपने पाँच पुत्रों तथा एक कन्या के एक वर्ष के अध्ययन के लिए—प्रथम पुत्र को १०००० पैसा, द्वितीय कन्या के लिए ५००० पै०, तृतीय पुत्र को २५०० पै०, चतुर्थ को १२५० पै०, पञ्चम को ६२५ पै० दिए तो बताओ उस ब्राह्मण ने कुल कितने पैसे दिए । हो सके तो रुपयों में भी दो ।

(३२) कोई ज्ञानी शैव भक्त अपनी सारी सम्पत्ति श्री वावा विश्वनाथ के मन्दिर में २५०० रुपया, माता अस्नपूर्णा के मन्दिर में ३५००० रुपया बालक गणेश के मन्दिर में ४००१ रु० चढ़ाने के बाद बचे हुए २०००० रुपये भिक्षुओं के भोजन में व्यय कर स्वयं भिखारी बन गया । तो बताओ भिखारी बनने के पहिले उसके पास कितना धन था ।

(३३) १, २, ३, इन तीन अङ्कों को इकाई दहाई सैकड़ा में क्रम से तीन जगह पर जो संख्याएँ बनेंगी उनका योग कितना होगा ?

व्यवकलन या अन्तर

संस्कृत में जिसे व्यवकलन एवं हिन्दी में जिसे घटाव, या घटाना, या ऋण करना या अन्तर करना, बाकी या जमा खर्च भी कहते हैं ।

दी हुई दो संख्याएँ हैं । इन दोनों संख्याओं में एक से दूसरी के आपस में अनेक सम्बन्ध होते हैं । मुख्यतः इनके दो सम्बन्ध सबकी बुद्धि में स्वाभाविक रूप से आजाते हैं ।

१—दोनों संख्याएँ आपस में त्रिकुल बराबर हों तो यह दोनों संख्याओं का आपस में मुख्य सम्बन्ध होता है । जैसे किसी विश्वनाथ प्रसाद छात्र के पास ४ रुपये हैं । उसके भाई सुरेश के पास भी ४ ही रुपये हैं, क्योंकि इनके पिता ने दीपावली त्यौहार के उपलक्ष्य में इन्हें बराबर रुपया दिया है । यहाँ यह साफ प्रकट है कि दोनों संख्याएँ प्रत्येक अवस्था में तुल्य=बराबर हैं ।

२—विश्वनाथ प्रसाद बड़ी कक्षा में पढ़ता है इस लिए उसको पिता ने ६ नौ रुपये फीस चुकाने के लिए दिए । किन्तु सुरेश प्रसाद छोटी कक्षा में होने से पिता ने उसे फीस चुकती करने के लिये ६ छः ही रुपये दिए । यहाँ पर ये दोनों संख्याएँ बराबर नहीं हैं बल्कि एक संख्या बड़ी है और दूसरी संख्या छोटी है ।

इस लिए दी हुई दो संख्याओं में बड़ी संख्यामें से छोटी संख्या को कम करने से जो शेष रहता है उस शेष को जानने के प्रकार या रीति को व्यवकलन, घटाव, घटाना, ऋण करना, अन्तर करना या बाकी कहते हैं ।

इन दो दी हुई संख्याओं में बड़ी संख्या का नाम वियोज्य या जमा और छोटी संख्या को वियोजक या खर्च या ऋण भी कहते हैं । घटाने से जो एक तीसरी संख्या बचती है उसको अन्तर या शेष या बाकी कहते हैं ।

घटाने का—“यह चिह्न पहिले बता दिया है । यह चिह्न इन वियोज्य और वियोजक के मध्य (बीच) में रखने से “पहिली संख्या में दूसरी संख्या को घटाओ” इस अर्थ को बताता है । जैसे $६-६=०$ या $८-२=६$ यहाँ पर नौ में

छः को घटना है ६-६ को नौ में छः को घटना, ८-२ को आठ में दो को घटना है' ऐसा ही पढ़ते भी हैं।

ध्यान देने की बात

३—घटाने की यह जो परिभाषा बता दी गई है उससे यह भी एक बात उत्पन्न होती है वियोज्य में वियोजक को घटाने से जो शेष बचता है उसे यदि वियोजक में धन किया जाय (जोड़ दिया जाय) तो वियोज्य संख्या ज्ञात हो जाती है। ऐसा यदि नहीं हुआ तो घटाव का गणित या उत्तर अशुद्ध (गलत) है। घटाने की दो दी हुई संख्याओं में शेष संख्या को दी हुई छोटी संख्या में जोड़ने से दी हुई बड़ी संख्या बन जाती है। अतः इस अन्तर या शेष या बाकी को अन्तर पूरक, या घटाव पूरक या शेष पूरक योग भी कह सकते हैं।

जैसे ६-३=३ अतः ६ + ३=९, ७-४=३ अतः ४ + ३=७ या ७-३=४ अतः ४ + ३=७ इत्यादि

सरलता के लिए, भास्कराचार्य ने अपने बीज गणित में एक सुन्दरतम सरलतम सूत्र बताया है—

“योगे युतिः स्यात्क्षययोः स्वयोर्वा धनर्णयोरन्तरमेव योगः।

संशोध्यमानं स्वमृणत्वमेति सत्त्वं क्षयस्तद्युतिरुक्तवच्चे”ति ॥

१—जैसे किसी द्रव्यकोषालय में आज ६ करोड़ रुपया आया तथा ६ करोड़ रुपया कोषालय ने दूसरे राज्य का ऋण देना है तो नौ करोड़ एवं छः करोड़ का अन्तर तीन करोड़ कोषालय में जमा है।

२—यदि कोषालय में एक राज्य से ६० करोड़ दूसरे राज्य से १० करोड़ रुपया आज जमा हो रहा है जो उन राज्यों ने ऋण लिए थे तो अपने कोषालय में आज १ अरब रुपये की पूंजी जमा है।

३—यदि उक्त कोषालय ने एक राज्य को ६ करोड़ रुपया और दूसरे राज्य का तीन करोड़ रुपया देना है तो निश्चय है कि कोषालय के ऊपर ६ करोड़ रुपया कर्जा है।

४—यदि कोषालय में ६ छः करोड़ जमा है तथा ७ सात करोड़ उसे ऋण देना है तो सिद्ध है कि कोषालय के (खजाने में) एक नया पैसा भी जमा नहीं है अपि च कोषालय के ऊपर १ एक करोड़ रुपया और ऋण है इस प्रकार भास्कराचार्य के अंकगणित व व्रीजगणित में अनेक अच्छे सूत्र व मनोविनोद के उदाहरण ऊंची श्रेणियों में पढ़ने से आगे ज्योतिर्विद्या में आपको मिलेंगे ।

मौखिक प्रश्न

१—८ में से ३, ९ में से ४, ७ में से ५, ९ में से ५ को घटाओ ।

२—१० और ६, १२ और ८, १६ और ९, १३ और ७, ११ और ६, १६ और ८, १८ और ९, १५ और ७, १७ और ८ का अन्तर बताओ ।

३—यदि २८ में से ७, २७ में से ५, ५६ में से ६, ९९ में से ७, ५७ में से ३, ८८ में से ८, ४९ में से ६, और २६ में से ४ निकाले जावें तो शेष क्या रहेंगे ।

४—३० में से ६, २४ में से ६, १८ में से ६, १२ में से ६ और ६ में से ६ घटाओ ।

५—१०० में से ७, ९३ में से ७, ९६ में से भी ७ को घटाओ ।

६—एक शिक्षक के पास १६ रुपये थे उसने ७ रुपये अपनी गृहिणी को घर के खर्च के लिए दिए तो बताओ उसके पास शेष कितने रुपये बचे ।

७—मेरे बगीचे में आम के ७३ पेड़ हैं । मैं ने ६० पेड़ों के आम एक संस्कृत पाठशाला के छात्रों एवं अध्यापकों को दे दिए बताओ अब मेरे पास मित्रों के लिए कितने पेड़ों के आम बच गए ।

८—वाराणसी से नैनीताल ५०० मील है । और लक्ष्मणपुर (लखनऊ) से नैनीताल ३०० मील है, तो बताओ लखनऊ से वाराणसी या वाराणसी से लखनऊ कितना मील होगा ।

बड़ी संख्याओं का वाकी या घटाव या अन्तर की रीति

उदाहरण (१) ७६-१६ है तो इसमें बड़ी संख्या ७६ को ऊपर लिखकर उसके नीचे छोटी संख्या १६ लिखकर एक लकीर देनी चाहिए ।

जैसे	७६	यहाँ पर नीचे की ६ इकाइयों को ६ इकाई में घटा के
	१६	जो ० बचा उसे इकाई की पंक्ति के नीचे रखना
	—	चाहिए । तत्पश्चात् दहाई ७ में दहाई १ घटाकर ६
	६०	को दहाई के नीचे लिखना चाहिए इस प्रकार ७६-१६=६० उत्तर होता है ।

उदाहरण (२) ६५२ में ४६८ घटाओ ।

६५२	यहाँ पर वियोज्य के छोटे अङ्क २ में बड़ा अङ्क (वियोजकका)
४६८	आठ घटाने में कठिनाता मालूम पड़ती है । इस लिए बाईं तरफ
—	की दहाई ५ में से एक दहाई उधार लेने से ऊपर में १० +
४८४	२=१२ इकाई हो जाती है । तब १२ इकाई में आठ ८ इकाई
	कम करने से ४ इकाई शेष रहती है । अब दहाई के नीचे के

अङ्क ६ में एक दहाई जो पहिले उधार ली गई है उसे मिलाने से $६ + १ = ७$ दहाई को ५ में घटाना कठिन हो गया है । इस लिए यहाँ पर सैकड़े से एक अङ्क और उधार लेने से $१० + ५ = १५$ में ७ घटा देने से ८ बच जाते हैं । अब सैकड़े के तीसरे अङ्क ४ में (एक जोड़ना चाहिए क्योंकि १ सैकड़ा उधार लिया गया था) एक जोड़ने से ५ हो जाता है अब ६ सैकड़े में ५ सैकड़ा कम करने से ४ सैकड़ा शेष बच जाता है इस लिए $६५२ - ४६८ = १८४$ यह सही उत्तर है इसलिए कि वियोजक और शेष=वियोज्य के होता है जो $४६८ + १८४ = ६५२$ ठीक है ।

वियोजक में वियोज्य के बराबर होने के लिए क्या जोड़ा जाय यह भी घटाव या शेष है । जैसे—

६७८

८६६

७६

तो नीचे ६ में क्या जोड़े वह ८ का अंक हो जाय ।

६ + ६ = १८ होता है १८ का ८ वियोज्य की इकाई होने से इकाई के नीचे ६ लिखना चाहिये । १ को दहाई ६ में जोड़ने से ६ + १ = १० दहाइयाँ + ७ दहाइयाँ = १७ के होने से ७ को दहाई के नीचे रखना चाहिये । फिर ८ सैकड़े + १ सैकड़े = ९ सैकड़े + ० = ९ होने से ० शून्य को सैकड़ा के नीचे रखने से ६७८ - ८६६ = ७६ यह अन्तर होता है । अथवा ७२६ - ४५६ इन्हें दो लाइन में रखने से—

७२६

४५६

—

२७२

मानसिक क्रिया

६ + ३ = ९

५ + ७ = १२ = २

हाथ लगा १ + ४ + २ = ७ = ७

= ५ + २ = ७ = २

यही उत्तर होता है ।

इस प्रकार अभ्यास करते करते अन्तर करने के बड़े से बड़े अङ्कों का भी गणित सरल हो जाता है ।

उदाहरण माला ५

नीचे लिखे अन्तर निकालो—

(१) ७८	(२) ६५	(३) ३५६	(४) ७८६	(५) ७८२५
३५	४३	१३४	२४६	३५०४
—	—	—	—	—

(६) ६४	(७) ६४	(८) ७६५	(९) ६०४	(१०) ५३८०
३६	८५	६०६	५८६	७७३६
—	—	—	—	—

(११) २०००४	(१२) ७०००२०३
१७३२५	५००६५६
—	—

(१२) ८००००-७६४३८ (१३) १००००००-६६६६६६

(१४) १००६५६-३६८६७ (१५) २१५६७-४७८

(१६) ७७७७७०-८८८८

(१७) निम्नलिखित संख्याओं में से प्रत्येक में कौनसी संख्या जोड़ने से योगफल दस लाख होगा ।

१६, ३०५, ६४७५, ६६४४६ और ४३५००

(१८) ६३८६७ में से कौन-सी संख्या को घटाये कि शेष ६८३ रह जाय ।

(१९) उन्तीस से १ लाख कितना अधिक है ।

(२०) सन् १८६६ ई० में महात्मा गांधी का जन्म हुआ और १९४८ में उनकी मृत्यु हुई बताओ मृत्यु के समय उनकी अवस्था क्या थी ।

(२१) भारत के भूतपूर्व प्रधान मन्त्री सन् १९६४ को दिवंगत हुए इस समय इनकी अवस्था ७५ वर्ष की थी बताओ वह कब पैदा हुए थे ।

(२२) दस लाख और एक हजार के योगफल और अन्तर से उत्पन्न दो संख्याओं (अङ्कों) का अन्तर बताओ ।

(२३) विश्वनाथ के पास ३६८७६ रुपये हैं, सुरेश के पास विश्वनाथ से ३७५८-रुपये कम हैं । और दिनेश के पास सुरेश से ८७६ रुपये कम हैं तो बताओ दिनेश के पास कितने रुपये हैं ।

(२४) तारकेश से तीन हजार चार सौ पांच को अङ्कों में लिखने को कहा गया तो उसने ३०००४००५ लिख दिये तो उसने कितने अधिक लिख दिये ।

(२५) भागवत विद्यार्थी ने ५००४०३ लिख दिये । जब उससे पचास लाख चार हजार तीन लिखने को कहा गया था तो वताओ उसने कितना कम लिखा ।

(२६) पांच अङ्कों की सबसे छोटी संख्या में चार अङ्कों की सबसे बड़ी संख्या घटाने से क्या शेष बचेगा ।

ध्यान देने की बात है

जिस संख्या के पहिले (+) चिह्न होता है उसको धन संख्या और जिस संख्या के पहिले (-) चिह्न होता है उसे ऋण संख्या कहते हैं । जिस संख्या के पहिले कोई चिह्न नहीं होता है वह संख्या स्वभावतः (+) धन है ।

यदि किसी प्रश्न में बहुत सी संख्याएँ (+) और (-) धन और ऋण की हों तो उन संख्याओं में जितनी धन संख्याएँ हैं उनका योग कर जो संख्या बनती है, तथा जितनी (-) ऋण संख्याएँ हैं उनका अन्तर करने से जो संख्याएँ बनती हैं उनका भी योग करने से जो संख्या बनती है उन्हीं दो संख्याओं का अन्तर वास्तविक उत्तर हो जाता है ।

उदाहरण— $५६४ - २४६ + ७१२ - ५०२$ का मान निकालो अब $५६४ + ७१२ = १२७६$ और $२४६ + ५०२ = ७५१$ अतः अभीष्ट उत्तर $१२७६ - ७५१ = ५२५$ ।

उदाहरण माला ५

(१) $६७३ - ७२४ + २०६$

(२) $७८६६५ - ८७६५ - ७३८६$ ।

(३) $८७०३ - ७६३५ + ३००२ - १०३०$ ।

(४) $१६०० - ६२४ - ३०० = ८८$ ।

(५) $६४५६७ + ३२८५ - ७७७७७ - ३०४ + ६४$ ।

(६) $७५३ - ६८ + ७$ में पहिले ३२६ जोड़ें और फिर ७२० और ६६६ का अन्तर, योगफल में घटावें तो फल क्या होगा ।

(७) ७२०३ और ४६८० का अन्तर उनके योगफल से कितना कम है ।

(८) $७६८५ - ८६६$ और ७००३ का योगफल उनके अन्तर से कितना अधिक है ?

(९) दो संख्याओं में से बड़ी संख्या ६४०४७ है और उनका अन्तर $६०६ + ३५०$ है तो दूसरी संख्या क्या है ?

(१०) $३२६ + ४०८ - ५४०$ में कौन सी संख्या जोड़ी जाय कि योगफल एक लाख हो जावे ।

गुणन या गुणा

(१) किसी संख्या में उसी संख्या को अनेक बार जोड़ने की संक्षिप्त क्रिया को गुणन या गुणा कहते हैं ।

जैसे ५ सेर या कीलो वजन की आम के फलों की एक टोकरी से २५ कीलो आम के फलों की टोकरी पांच गुनी है । इसी प्रकार छः कीलो तौल की चावल की एक थैली को ५ बार जोड़ने से ३० कीलो चावल की थैली हो जाती है । ६ कीलो को ५ बार जोड़ते-जोड़ते $६ + ६ + ६ + ६ + ६ = ३०$ होता है, यह एक बड़ी लम्बी क्रिया होती है । अतः हम ६ को पांच बार जोड़ने के अभिप्राय को ६×५ छः पञ्चे ३० एक ही आवाज में उत्तर ले आते हैं इसी को गुणा कहते हैं । इसी प्रकार ८ को ५ बार जोड़ने का तात्पर्य $८ \times ५ = ४०$ एवं $१० \times १५ = १५०$, $२१ \times ६ = १२६$, $३८ \times ६ = ३४२$ हो जाता है । अब हमें इससे बड़े अङ्कों के गुणा के लिए भी कोई सरल से सरल अच्छा उपाय निकालना है ।

वह संख्या जो अनेक बार जोड़ी जाती है उस संख्या से गुणित कही जायेगी अर्थात् वह यह प्रकट करेगी कि वह कितनी बार जोड़ी गई है ।

जैसे ६ को ५ से गुणित करने का तात्पर्य अभी बता चुके हैं $६ \times ५ = ३०$ होता है ।

यहाँ पर ६ को ५ बार गुणित (जोड़ने) करने का तात्पर्य ६ को गुणा करते हैं इस लिए ६ गुण्य एवं ५ गुणक कहलाता है ।

जिन दो संख्याओं का आपस में गुणा (गुण्य और गुणक सम्बन्धी क्रिया) करने से जो फल निकलता है उसे गुणनफल (अर्थात् गुणा करने से जो संख्या मिलती है) कहते हैं ।

$६ \times ५ = ३०$ का सही तात्पर्य छः ६ को ५ पाँच बार जोड़ना स्पष्ट है ।

\times यह गुणा का चिह्न है । जिसे संकेत के लिए ६×५ या ६. ५ ऐसा (.) संकेत भी देते हैं ।

(२) गुण्य और गुणक के परस्पर स्थान बदलने से भी गुणनफल में कोई अन्तर नहीं पड़ता है । ५×६ का तात्पर्य है कि ५ को ६ बार जोड़ने से भी (जैसे $६ \times ५ = ३०$ है) वैसे ही ३० गुणनफल आता है । गुण्य ६ की जगह पर यहाँ गुण्य ५ होगा तो गुणक ५ की जगह पर यहाँ गुणक ६ हो जावेगा ।

गुण्य और गुणक में साधारण सा सुविधा का नियम है कि गुण्य और गुणक में इन दोनों में से बड़े अङ्क को गुण्य एवं छोटे अङ्क को गुणक मानना चाहिए । अथवा गुणा करने में जो रुचिकर हो उसे गुण्य और गुणक अपनी इच्छा से माना जा सकता है ।

गुणनफल का सीधा अर्थ यही है कि गुणनफल नाम की संख्या गुण्य और गुणक से पृथक् पृथक् निः शेष विभक्त हो जाती है इस लिए गुणनफल को पैदा करने वाले, या उत्पादक या अपवर्त्तक या गुणन के खण्ड इत्यादि संज्ञा गुणक और गुण्य को दी जाती है ।

गुणनफल निकालने के लिए पहिले अध्याय में जो पहाड़े बता आए हैं वह बहुत ही अधिक उपयोग (काम) के हैं अतः उन्हें कण्ठस्थ करना अत्यन्त आवश्यक है। साथ ही ग्यारह से २० तक के अङ्कों के गुणनफल की एक परिपाटी है जो नीचे तालिका में दी जाती है उसे भी कण्ठस्थ करना चाहिए। यह तालिका $११ \times ११ = १२१$, $११ \times १२ = १३२$ एवं $१२ \times १२ = १४४$, $१२ \times १३ = १५६$, एवं $१३ \times १३ = १६९$, $१३ \times १४ = १८२$ ।

इस प्रकार की स्पष्ट है। तालिका का ध्यान से मनन करिए।

	ग्यारह	बारह	तेरह	चौदह	पन्द्रह	सोलह	सत्रह	अठारह	उन्नीस	बीस
ग्यारह	१२१	१३२	१४३	१५४	१६५	१७६	१८७	१९८	२०९	२२०
बारह		१४४	१५६	१६८	१८०	१९२	२०४	२१६	२२८	२४०
तेरह			१६९	१८२	१९५	२००	२११	२२४	२४७	२६०
चौदह				१९६	२१०	२२४	२३८	२५२	२६६	२८०
पन्द्रह					२२५	२४०	२५५	२७०	२८५	३००
सोलह						२५६	२७२	२८८	३०४	३२०
सत्रह							२८९	३०६	३२३	३४०
अठारह								३२४	३४२	३६०
उन्नीस									३६१	३८०
बीस										४००

ध्यान देने की बात

चार नए पैसे को एक बार जोड़ने से ४ ही होता है। २ बार जोड़ने से ८ नया पैसा होता है अर्थात् $४ \times १ = ४$, $४ \times २ = ८$ होता है। एक से कम अर्थात्

आधे से ४ को गुणा करने से ४ चार का आधा नया पैसा २ ही होगा, ऐसे ४ को चौथाई से गुणा करेंगे तो नया पैसा १ ही होगा। चौथाई से भी कम विभाग से जैसे १ एक सौवाँ विभाग से ४ चार को गुणा करने वह और भी कम संख्या होगी। जो ४ नए पैसे का सवाँ भाग या एक नए पैसे का २५ वाँ भाग होगा। यदि हम चार को एक के अर्ध (अरध) हिस्से से गुणा करेंगे तो उसका कुछ मान तो अवश्य होगा पर उसका मान केवल कहने को है और व्यवहार में कहीं भी कुछ नहीं है। इसलिए यदि ४ चार को हम अत्यन्त अल्प से अल्पतम भाग जिसका कोई भी मान नहीं है उसे शून्य कहें और ४ को ० शून्य से गुणा करेंगे तो $४ \times ० = ०$ शून्य ही होगा। इस लिए जब कभी भी किसी भी अङ्क को शून्य से गुणा करें तो गुणनफल ० शून्य होता है। जैसे $१०० \times ० = ०$, $१००००० \times ० = ०$ इत्यादि।

किन्तु किसी भी अङ्क में शून्य उसके आगे रखने से उस अङ्क का मान दश गुणित बढ़ जाता है। जैसे १ में ० आगे रखने से १०, १० में रखने से १००, १०० में रखने से १००० इत्यादि अनन्त तक शून्य रखने से दशगुना मान बढ़ता जाता है ऐसे ही २ के आगे ० शून्य रखने से २०, २० के आगे रखने से २००, ३१५ के आगे शून्य रखने से ३१५०.....४५६७ के आगे रखने से ४५६७०..... इत्यादि हो जाता है।

इसी प्रकार किसी भी राशि या संख्या को एक दो तीन आदि के शून्य वाले अङ्कों से गुणा करने पर वह राशि दश, सौ, हजार लाख गुने बढ़ जाती है। तथा शून्य से लगे अङ्क से गुणा करने से वास्तविक गुणनफल को प्राप्त होती है। जैसे $१५ \times १० = १५$ में एक शून्य लगाने से १५०, $१५५ \times १० = १५५$ में एक शून्य बढ़ाने से १५५०..... इत्यादि होती है यदि पन्द्रह को २० से गुणा करना है तो १५ को केवल दो से गुणा कर ० शून्य बढ़ा देने से $१५ \times २ = ३०$ में शून्य बढ़ा कर इसलिए $१५ \times २० = ३००$ हो जाता है। एवं ४४×३० का मतलब है ४४ को

३ से गुणा कर ० बढ़ा दिया $४४ \times ३ = १३२$ में शून्य बढ़ाने से $४४ \times ३० = १३२०$ हो जाता है ।

ऐसे ही १५ को ५०० से गुणा करने का मतलब हुआ १५ को ५ से गुणा कर उसमें दो शून्य बढ़ा देना $१५ \times ५ = ७५$, अतः $१५ \times ५०० = ७५$ में दो शून्य बढ़ाने से ७५०० गुणनफल होता है ।

यथा $४०० \times ४०० = १६$ में ४ चार शून्य बढ़ा देने से १६०००० एवं $६००० \times ६० = ३६$ में चार शून्य बढ़ा देने से ३६०००० गुणनफल सही होता है इत्यादि—

भास्कराचार्य ने अपनी लीलावती में लिखा है—किसी अङ्क में शून्य जोड़ने से योगफल उसी अङ्क के तुल्य होता है तथा किसी अङ्क में शून्य कम करने से भी वह अङ्क अपने ही बराबर रहता है किन्तु किसी भी अङ्क को शून्य से गुणा करने पर वह अङ्क एक रस में केवल ० शून्य ही रह जाता है ।

“योगे खं क्षेपसमम्, खगुणः खम्”

(लीलावती सूत्र १४)

गुणा के अभ्यास के लिए मौखिक प्रश्न

उदाहरण माला ५

१—६ का ७, ६ का ८, १२ का १२ गुना क्या होता है ?

२—१२ को ८ से, ६ को ७ से १६ को ६ से गुणा करो ।

३—६ और ६ का एवं १६ और ६ का गुणनफल बताओ ।

४—६ को ६ बार जोड़ने से योगफल क्या होगा तथा १५ को ८ बार जोड़ने से भी क्या योगफल होगा ?

५—११ के १० गुने के बराबर कौन-सी संख्या है । ६ के ७ गुने के बराबर भी ।

६—६ छात्रों में प्रत्येक के पास ६ कापियाँ हैं तो सबके पास कितनी कापियाँ होंगी ।

७—१२ सन्दूकों में कितने रुपये हैं जब कि एक सन्दूक में ११ रुपये हैं ।

८—एक पाठशाला में एक पंक्ति में १५ कुशासन पर विद्यार्थी बैठते हैं इस प्रकार पन्द्रह पंक्तियाँ हैं तो कितने कुशासन विद्यार्थियों के बैठने के लिए चाहिये ।

९—गुण्य १३ गुणक ११ तो गुणनफल क्या है ?

१०—एक सप्ताह में ७ दिन तो ५२ सप्ताह में कितने दिन होंगे ।

११—१ रुपये में २० आम तो ५ रुपये में कितने आम आवेंगे ।

१२—एक पुस्तक के एक पृष्ठ में १७ पंक्तियाँ हैं प्रत्येक पंक्ति में १९ अक्षर हैं तो उस पृष्ठ में कितने अक्षर हैं ।

१३—११ का ७ गुना ६० से कितना कम है ।

१४—१६ का तीन गुना ३५ से कितना अधिक है ।

१५—कौन-सी संख्या ६ के ६ गुने से १६ अधिक है ।

१६—१६ मनुष्यों के हाथ और पांव कितने होंगे ।

१७—२ को ६ से ३ को ६ से और ६ को २ से एवं ६ को ३ से गुणा करने से क्या गुणनफल होगा ?

१८—२४ संख्या किन-किन संख्याओं के गुणनफल से उत्पन्न होती है ।

१९—यदि उत्तरप्रदेशीय संस्कृत पाठशालाओं का एक महीने का मासिक व्यय २०००० रुपया है तो इन पाठशालाओं में १ साल में कितना व्यय होगा ।

२०—किसी धार्मिक श्रेष्ठी ने प्रतिदिन ब्राह्मणों के लिए ४०० रुपया दक्षिणा के लिए रख छोड़ा तो बताओ उसने एक महीने में कितना रुपया दक्षिणा दी ।

२१—एक विद्यार्थी आदित्य हृदय के २१ पाठ एक दिन में करता है तो एक महीने में वह कितने पाठ कर लेगा ।

३— बड़ी संख्या को छोटी संख्या से गुणा करने की विधि

उदाहरण

३०८४ को ४ से गुणा करो ।

गुणा करने के लिए गुण्य और गुणक को निम्न भाँति रखा जाता है—

३०८४	यहाँ पर चार इकाई को ४ से गुणा करने से १६ इकाई
४	हुई । १ दहाई हाथ लगती है । फिर ८ दहाई को ४ से
—	गुणा करने से ३२ दहाई में २, हाथ लगा एक जोड़ देने से
१२३३६	दहाई के नीचे ३ रख देना चाहिए । हाथ लगे सैकड़े के
	तीन । ४ इकाई से ० से गुणा करने से ० होता है इसमें ३
	हाथ लगे सैकड़े जोड़ देने से सैकड़े के नीचे ३ रखना चाहिये । फिर ३ को ४
	से गुणा कर १२ में २ को हजार के नीचे एवं एक को दश हजार के नीचे
	रखने से ३०८४×४=बारह हजार तीन सौ छत्तीस यही गुणनफल होता है ।

$$३०८४ \times ४$$

मनन करते हुए—

$$\begin{array}{r}
 १६ \\
 + ३२ \\
 + ० \\
 + १२ \\
 \hline
 १२३३६
 \end{array}$$

इसका तात्पर्य ३०८४ को चार बार जोड़ने से भी

३०८४

३०८४

३०८४

३०८४

१२३३६

पूर्व गुणनफल के तुल्य होता है। जोड़ने का सरल तरीका गुणा है यही बात यहाँ पर भी समझनी चाहिए

उदाहरण माला ६

गुणा करो—

(१) २३ को २ से, (२) ३२ को ३ से, (३) २१ को ४ से (४) ३६ को ५ से, (५) ४७ को ६ से, (६) ५८ को ६ से, (७) ६८ को ८ से, (८) ७६ को ६ से (९) ३२६ को ३ से, (१०) ४०५ को ७ से (११) ८७६ को ६ से (१२) ७०८६ को ५ से (१३) ६६०३५ को ७ से (१४) ३४०७६ को २, ३, ४, ५, ६, ७, ८, ९ से (१५) ७२५ + ७२५ + ७२५ + ७२५ + ७२५ का मोल बताओ ।

शून्य वाले अंकों से गुणा करने का सरल उपाय

किसी भी शून्य वाले अङ्क से गुणा करते समय शून्य के बाएँ अङ्क से ही गुणा कर उसमें शून्य बढ़ा देने से अभीष्ट गुणनफल होगा ।

२४६ को ३०० से गुणा करने में २४६ को ३ से गुणाकर गुणनफल ७४७ में दो शून्य बढ़ा देने से $२४६ \times ३०० = ७४७००$ होता है ।

गुणा करो—

(१) ३५६×३० , (२) ७०३५×४० , (३) ३६०५×५० , (४) ७०३×६०० (५) ३६×६०० , (६) ८२२६×७०० , (७) ३००५×८००० , (८)

६००४५६००० (६) ३०५०३५६०००, (१०) ७२६५५६०, ८००, ७०००, ६००००, ५००००० से गुणा करो ।

गुणा करने की और सुगम क्रिया

किसी संख्या को ७ से गुणा करना है तो $७=५+२$ होती है । इस लिए उस संख्या को ७ से तथा २ से गुणा कर दोनों का गुणनफल भी ७ के गुणा के तुल्य हो जाता है

जैसे $८ \times ७ = ५६$ होता है तो $८ \times ५ = ४०$

$$८ \times २ = १६$$

$८ \times ७ = ५६$ पहिले के तुल्य फल है ।

यदि ८×७ को हम $७ + ३ = १०$ मान लें तो ८ को १० से गुणा कर ८० होता है $८ \times ३ = २४$ होता है । इसलिए ८० में २४ कम कर देने से—

$$\begin{array}{r} २४ \\ ८० \\ \hline ५६ \end{array}$$

यह भी गुणनफल हो जाता है ।

भास्कराचार्य ने इसी सिद्धान्त को अपनी लीलावती में इष्टोनयुक्तेन गुणेन निजोऽभीष्ट गुण्यान्वितवर्जितो वा से उक्त वार्ते स्पष्ट की है ।

उदाहरण के लिए गुणा की बड़ी संख्याएँ हैं—

जैसे ५३८ को २४६ से गुणा करना है तो—

(अ)

अथवा

(क)

५३८

५३८

२४६

२४६

४८४२

६ का गुणनफल

४८४२

२१५२०

४० " "

२१५२

१०७६००

२०० " "

१०७६

गुणन० १३३६६२

गुणन० १३३६६२

गुणा करते समय इस उदाहरण की तरह गुणित अङ्कों को सदा स्थानीय मान के अनुसार रखने से ही गुणनफल सही होगा ।

उदाहरण (अ) में ४ का गुणा ४०२ का २०० की तरह किया गया है । किन्तु उदाहरण क में स्थानों को समझ कर एक से एक गुणनफल वाई तरफ दहाई सैकड़े से स्थानीय मान के साथ रखा गया है ।

और भी किसी क्रम से गुणनफल रखा जा सकता है जैसे—

५३८	
२४६	
<hr/>	
२१५२	चार का गुणा
४८४२	६ " "
१०७६	२ " "
<hr/>	
१३३६६२	
अथवा	
५३८	
२४६	
<hr/>	
१०७६	२ से
२१५२	४ से
४८४२	६ से
<hr/>	
१३३६६२	

जिसमें सरलता मालूम पड़े उसी तरीके से गुणा करना चाहिये ।

गुणक के अंकों में मध्य के अंक में यदि शून्य हो तो

$$\begin{array}{r}
 (अ) \quad ४७००७ \\
 \quad ३२०५ \\
 \hline
 २३५०३५ \\
 ००००० \\
 ६४०१४ \\
 १४१०२१ \\
 \hline
 १५०६५७४३५
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 (क) \quad ४८००७ \\
 \quad ५१००० \\
 \hline
 ४८००७००० \\
 २४००३५ \\
 \hline
 २४४८३५७०००
 \end{array}$$

इत्यादि बुद्धिमान् छात्र अनेक विधियों से अपना गणित सही कर सकता है।

उदाहरण माला ८

निम्नलिखित संख्याओं का गुणनफल निकालो।

(१) ३७५×५ । (२) ६०४×५८ । (३) ७४०×६६ । (४) ४६७२×३४५ । (५) ८८०२५×८००७ । (६) ८६३४००×७०६०० । (७) ८२००७८×६००७२ । (८) ७३६०२५०×३००६००० । (९) ३७००×८०६०२५००० । (१०) ३७०३०४×६०७०३७० । (११) ३२५७६५०×३२५७६५० ।

निम्नलिखित संख्याओं का गुणनफल केवल एक बार गुणा देकर दिखाओ।

(१२) ४३२६×११ । (१३) ३८०६×१२ । (१४) ७२०४×१३ । (१५) ७०८२×१४ । (१६) ४८६०×१५ । (१७) ८७८६×१६ । (१८) १३५७०×१७ । (१९) २८०७०×१८ । (२०) ४३५६×१९ । (२१) ५६७८४३१२६×२० ।

(२२) एक रुपये में १०० नये पैसे तो ५३२७८६ रुपये में कितने नये पैसे होंगे ?

(२३) यदि लघुसिद्धान्त कौमुदी में २२६ पृष्ठ हैं और प्रत्येक पृष्ठ में २० पंक्तियाँ हैं तो कुल पंक्तियाँ कितनी हुईं ? एक पंक्ति में ३० अक्षर हैं तो लघु-सिद्धान्त कौमुदी में कुल कितने अक्षर हुए ?

(२४) वाराणसी में एक वर्ग मीटर भूमि का मूल्य २७ रुपया है तो २४२२ वर्ग मीटर भूमि का क्या मूल्य होगा ?

(२५) मुगलसराय होकर यदि राजघाट से प्रति दिन २६३६० व्यक्ति पुल पार कर वाराणसी आते हैं तो ३६५ दिन के वर्ष में वाराणसी में कितने व्यक्ति उतरेंगे ?

(२६) यदि एक बोरे में ६२ किलोग्राम चावल होता है तो ७३६ बोरो में कितने किलोग्राम चावल होंगे ?

(२७) सम्पूर्ण शास्त्री परीक्षा में एक विद्यार्थी ६ प्रश्नपत्रों की ६ उत्तर कापियाँ देता है तो शास्त्री कक्षा के १६६६ विद्यार्थियों की कितनी उत्तर कापियाँ होंगी ?

(२८) काशी हिन्दू विश्वविद्यालय में लगभग आठ हजार छात्र पढ़ते हैं। प्रत्येक छात्र का मासिक व्यय औसत १५०) है तो बताओ एक वर्ष में कुल व्यय कितना रुपया व्यय होगा ?

(२९) खगोलीय ग्रहगणित ग्रन्थों में पृथिवी की परिधि ४९६७ योजन लिखी है। इससे ७०० गुनी परिधि किसी आकाशीय ग्रह की हो तो बताओ उस ग्रह की परिधि कितने योजन की होगी ?

(३०) किसी बड़े ग्रन्थ में ७० अध्याय हैं। प्रत्येक अध्याय में १५० पत्र (पन्ने) हैं। प्रत्येक पत्र में ४५ अक्षर हैं तो सम्पूर्ण ग्रन्थ के अक्षरों की संख्या क्या होगी ?

(३१) वाराणसी नगर से पश्चिम में प्रयाग नगर ७५ मील की दूरी पर बसा है। प्रत्येक एक मीलपर एक-एक पाठशाला मिलती है। प्रत्येक पाठशाला में १५० विद्यार्थी पढ़ते हैं। प्रत्येक विद्यार्थी पर साल में ५०० रुपया व्यय होता है तो बताओ वाराणसी स्टेशन से प्रयाग स्टेशन तक के बीच की पाठशालाओं में

पढ़नेवाले विद्यार्थियों की संख्या कितनी है और इन विद्यार्थियों के लिए प्रति वर्ष कितने रुपये का सुप्रबन्ध करना चाहिये ? —

(३२) साम्बशिव भगवान् शङ्कर की शुद्ध चित्त से सात्त्विक पूजा करने से राष्ट्र में सुभिन्न एवं प्रजा में पूर्ण आमोद-प्रमोद के साथ सन्तोष रहता है। इस अभिप्राय से दूध से उनका अभिषेक किया जाता है। एक सेर दूध के अभिषेक से गृहस्थ का एक परिवार सुखी होता है। ११ सेर के अभिषेक से ग्राम सुखी होता है। $१२१ \times ११ = १३३१$ सेर के अभिषेक से एक मण्डल सुखी होता है। समग्र भारत राष्ट्र में २८० मण्डल हैं तो सारे राष्ट्र की सुख-समृद्धि के लिए कितने सेर दूध का प्रबन्ध करना पड़ेगा ?

(३३) ४३२ को ८ से गुणा करो। जो गुणनफल मिले, उसे ३ से गुणा कर फिर १६ से गुणा करो। इसे संलग्न गुणनफल भी कहते हैं। $४३२ \times ८ \times ३ \times १६$ ऐसे लिखते भी हैं।

उदाहरण माला ६

निम्न लिखित संख्याओंका संलग्न गुणनफल निकालो।

(१) $२७ \times ८ \times २$ । (२) $७०३ \times ८५ \times ७६$ । (३) $८०८५ \times ७० \times ३०$

(४) $५६ \times ८५ \times ७६ \times ५$ । (५) ७३ के नौ गुने का दूना क्या होगा।

(६) एक दिनमें २४ घण्टे होते हैं। एक घण्टेमें ६० मिनिट एवं एक मिनिटमें ६० सेकण्ड होते हैं तो बताओ एक दिनमें कितने सेकण्ड होंगे।

(७) एक पुस्तकमें ५०४ पृष्ठ हैं। प्रत्येक पृष्ठमें लगभग ३० पक्तियां हैं। और प्रत्येक पंक्तिमें गणितके २० प्रश्न हैं। तो बताओ पूरी पुस्तकमें कितने प्रश्न हैं।

(८) संवत् २०२३ की मध्यमा शास्त्री और आचार्य की परीक्षाओंमें सब मिलाकर ४०० प्रश्नपत्र बताए गए। एक प्रश्नपत्र कितनेमें औसत ५५ प्रश्न

❀ शुमुक्षु भवन वेद वेदाङ्ग पुस्तकालय ❀

वा रा ग सी ।

भाग्य कमाक..... 0674.....

हुआ । तो बताओ कुल व्यय कितना हुआ और जत्र संवत् २०२४ में प्रश्न पत्रों की संख्या १०० हो रही है तब क्या व्यय होगा ।

(६) एक स्पेशल रेल गाड़ीमें १६ डब्बे हैं । प्रत्येक डब्बेमें $२ \times २ \times २ \times २$ आदमी बैठे हैं । प्रत्येक आदमीने रेल भाड़ा १०) दिया है । तो बताओ उस रेलगाड़ीसे रेलवेको कितने रुपये मिले ।

(१०) एक विशाल देशी आमके वृक्षमें प्रमुख १२ शाखाएँ हैं । प्रत्येक शाखामें ४ चार चार उपशाखा हैं । प्रत्येक उपशाखापर ६० आम लगे हैं । तो बताओ पूरे वृक्षमें कितने फल हैं ।

किसी संख्याको उसी से एक दो तीन चार वाए गुणा करनेसे उस संख्याका एक घात, दो घात, तीन घात चार घात इत्यादि कहते हैं ।

जैसे—२ का एक घात

$$२ \cdots २ = २ \times २ = ४$$

$$२ \cdots ३ = २ \times २ \times २ = ८$$

$$\cdots ४ = २ \times २ \times २ \times २ = १६$$

$$\cdots ५ = २ \times २ \times २ \times २ \times २ = ३२$$

इसी प्रकार—

$$३ का १ घात = ३ \times १ = ३$$

$$३ का २ घात = ३ \times ३ = ९$$

$$३ का ३ घात = ३ \times ३ \times ३ = २७$$

$$३ का ४ घात = ३ \times ३ \times ३ \times ३ = ८१$$

$$३ का ५ घात = ३ \times ३ \times ३ \times ३ \times ३ = २४३$$

इसलिए दो के दो घात को २ का वर्ग कहते हैं उसे $(२)^२ = ४$ लिखते हैं । २ के ३ घात को २ का घन कहते हैं उसे $(२)^३ = ८$ लिखते हैं । इसी प्रकार २ के चार घात को $(२)^४ = १६$ लिखते हैं और उसे दो का पंच घात कहते हैं ।

इसी प्रकार—

$$(३)^१=३$$

$$(३)^२=९$$

$$(३)^३=२७$$

$$(३)^४=८१ \text{ इत्यादि समझना चाहिए ।}$$

—भास्कराचार्य ने लीलावतीमें वर्गका नाम कृति कहा है: और घनका नाम घन भी कहा है तथा उसके लिए “समार्द्धघातः कृतिः उच्यते” “समभिघातः घनः प्रदिष्टः” भी कहा है ।

२ के वर्ग के वर्ग को तद्वर्ग वर्गों भी कहा जाता है । जैसे— $(२)^२=४$ तथा $(४)^२=१६$ अतः $(२)^४=२ \times २ \times २ \times २=४ \times ४=१६$ होता है ।

वर्ग शब्द का व्यवहार अपने सम्प्रदाय जाति धर्म पर भी होता है । ब्राह्मण वर्ग (ब्राह्मण सम्प्रदाय), वैश्य जाति (वैश्य वर्ग) सनातन वर्ग में (सनातन धर्म में) । यह सब मूल भी अंक मूलक है ।

$$२ \text{ का वर्ग } = २, ४, ६, ८, १० \dots\dots\dots$$

$$३ \text{ का वर्ग } = ३, ६, ९, १२, १५, १८ \dots\dots\dots$$

$$५ \text{ का वर्ग } = ५, १०, १५, २० \dots\dots\dots$$

इत्यादि भी कहा जा सकता है । किन्तु जहाँ किसी अङ्क का उसका सजातीय एक, द्वि, त्रि गुणित मान होता है वह उस अङ्क का एक, द्वि, त्रि आदि गुणित सजातीय सम्बन्धी अङ्क होता है ।

अतः वर्ग शब्द केवल उस अङ्क के उसी के साथ गुणित अङ्क का नाम गणित में प्रसिद्ध है । जैसे १० का वर्ग १०० ही होगा क्योंकि $१० \times १० = १००$ होता है । $१० \times १ = १०$, $१० \times २ = २०$, $१० \times ३ = ३०$ यह दश का सजातीयता के एक दो तीन चार आदि गुणित सम्बन्ध होते हैं ।

उदाहरण माला १०

(१) १, २, ३, ४, ५, ६, ७... का वर्ग बताओ ।

(२) २४ का वर्ग क्या है ?

(३) ५० का वर्ग क्या है ?

(४) ६८ का वर्ग क्या है ?

(५) २, ३, ४, ५, ६ का घन बताओ ।

(६) १०, २०, ३०, ४० का घन क्या है ।

(७) २, ३, ४, ५ का चतुर्घात क्या है ।

(८) $(२५)^२ + (४०)^३ - (१२)^३ + (२)^५$ क्या है ।

गुणनफल सही है कि नहीं इसकी परीक्षा की जानेसे गुणनफल में गलती नहीं हो सकती ।

जैसे ५२६×७५ गुणनफल = ३९५० यदि मानें तो यह गलती होगी

५२६ क्योंकि (१) गुण्य के अंको का योग $५ + २ + ६ = १३$ है इसमें

७५ ६ का भाग देनेसे शेष ४ बचता ।

———— (२) गुणक के अंकोंका योग $७ + ५ = १२$ है इसमें ६ का भाग २६३० देने से ३ शेष बचता है ।

३६८२ (३) गुणनफल के अंकोंका योग $= ३ + ६ + ३ + ५ + ० = २०$ है ।

———— इसमें ६ का भाग देनेसे २ शेष बचता है । (१) और (२)

३९४५० शेषों का गुणनफल $= ४ \times ३ = १२$ में ६ का भाग देनेसे शेष ३ बचता है इसी के बराबर (३) शेष होने से गुणनफल $\div ६$ से शेष = २ है । अतः यह गुणनफल अशुद्ध है । इसलिए इसे क्रिया से ठीक किया तो ३९४५० आया इसके अङ्कों का योग $= ३ + ६ + ४ + ५ = २१$ में ६ का भाग देनेसे शेष ३ आता है जो (१) \times (२) $\div ६$ के शेष के तुल्य है । अतः यह गुणनफल ठीक है । इस परीक्षण को गुणा में सर्वत्र करते रहना चाहिए ।

अध्याय ३

भाग

भाग के सम्बन्ध में कुछ संक्षिप्त विवरण पहिले कहा जा चुका है। साधारण व्यवहार की भाषा में यह देवताओं में इन्द्र का भाग है, यह वरुण का भाग है; यह शिव का अंश (भाग) है। यह रकम विद्यालय का भाग है। केन्द्र से उत्तर प्रदेश का भाग यह वही रकम है यह प्रयोग होता है। तात्पर्य है कि किसी पदार्थ को, जो एक इकाई के रूप में है और उसके साझी अनेक व्यक्ति होते हैं तो, उस राशि को सबसे विभक्त करना ही भाग है।

जैसे पांच करोड़ दस करोड़ रुपये की रकम पैदा करने वाली पांच कम्पनियों (श्रेष्ठियों) में प्रत्येक का एक करोड़ का भाग होता है। एक पाठशाला की मासिक आय २००) है, जो छात्रों को छात्रवृत्ति दी जाती है। छात्रों की संख्या २० है तो १० रुपया प्रति मास का भागी एक छात्र होता है अर्थात् २०० रुपये में एक छात्र के भाग में दस रुपया ही आता है। इसी को अंकों में भाग कहा गया है।

भाग के गणित में मुख्यतः तीन शब्दों का ज्ञान आवश्यक है। जिस अंक का विभाजन किया जाता है उसे भाज्य, विभाजन करने वाले अंक का नाम भाजक, भाज्य को विभाजित करते हुए जितनी बार उससे भाज्य संख्या विभक्त होती है, उस संख्या का नाम लब्धि या विभजनफल या भजनफल होता है।

जब भाज्य संख्या भाजक संख्या से पूरी बार विभक्त होती है तो लब्धि पूरी आती है। नहीं तो आगे की पाली में भाज्य में जब भाजक का एक बार भी शोधन नहीं होता है तो भाज्य में भाजक को घटाने से जो शेष बचता है, वही शेष संख्या होती है।

किसी बड़ी संख्या में किसी छोटी संख्या को अनेक बार घटाने की लघु प्रक्रिया का भी नाम भाग देना होता है ।

जैसे १६ में ३ का भाग देने का मतलब होता है $१६-३=१३$, $१३-३=१०$, $१०-३=७$, $७-३=४$, $४-३=१$ अन्तिम शेष संख्या १ बचती है । इसमें तीन अब नहीं घटता, इसलिए यही शेष नाम से प्रसिद्ध होती है । १६ में जैसा आप देख रहे हैं, ३ को ६ पाली में बढ़ाया गया है । इसलिए १६ का ३ से विभाग करने से ६ पाली तीन की उपलब्धि होती है, यही लब्धि हुई । १६ का नाम भाज्य एवं ३ का नाम भाजक है । यह एक दीर्घ प्रक्रिया मानी जाती है । इस प्रक्रिया को ही ध्यान में रखने से गणित सागर कहां है इसकी दिशा तक नहीं जानी जा सकती है । इसलिए बुद्धिमानों ने इस विभाजन का लघु उपाय या एक उत्तम सुन्दरतम लघु मन्त्र ब्रूँद निकाला है । वह जैसे १६ तक ३ का पहाड़ा पढ़ते रहने से छठी बार का तीन का पहाड़ा १८ होता है स्पष्ट होता है कि १६ फुट के ६ ही टुकड़े हो सकते हैं । यदि हम ३ का पहाड़ा ७ सात बार पढ़ें तो २१ होगा, लकड़ी १६ ही फुट है इसलिए ऐसी जगहों पर ३ का पहाड़ा ६ ही बार पढ़ना सुतरां गणित की साधुता का परिचायक होता है । अब इसको लिखनेका भी एक अच्छा चित्र बनाया जाता है ।

३) १६(६, यही ६ बार लब्धि है । १=शेष है ।

१८ भाज्य और भाजक की संख्याएं जो १६ और ३ क्रमशः हैं वह
— प्रश्न में ही दी हुई यत्र तत्र सर्वत्र स्वयं उपलब्ध होती हैं । गणित
१ के विकसित कालीन भाग देनेके चिह्न जो पहिले भी दिए हैं वह

है $१६ \div ३ = ६$ लब्धि, १ शेष, अथवा $\frac{१६}{३} = ६\frac{१}{३}$ से भी ६ लब्धि १ शेष
३ भाजक या १६ को हरण करने वाला, खण्ड करने वाला, छीलने वाला, तक्षण

करने वाला जो अङ्क है उसे 'हर' भी कहते हैं* ।

भाज्य, भाजक, लब्धि एवं शेषों का परस्पर क्या सम्बन्ध है उसे जानना है । जैसे $१६ = ३ \times ६ + १$ तात्पर्य है कि लब्धि को भाजक से गुणा कर उसमें शेष जोड़नेसे निःसंशय भाज्य संख्या हो जाती है इसलिए भाग का गणित सही है कि नहीं इसका ज्ञान उक्त प्रकारसे कर लेना चाहिए । और भी उदाहरण $११ + २ =$

$$ल = ५ \quad शेष = १ \quad \text{और भी } \frac{११}{२} = ५ + \frac{१}{२} \text{ अतः } ५ \times २ + १$$

४४ आमों को कुछ छात्रों में इसभांति बांटना है कि प्रत्येक छात्र को ५ आम मिलें । तो ये आम कितने छात्रों को मिलेंगे । इसका सीधा उत्तर है कि ८ छात्रों को मिलेंगे और ४ आम शेष रहेंगे ।

४४ आम ८ छात्रों को बराबर बांटने हैं तो प्रत्येक छात्र को ५ आम मिलेंगे । इसका तात्पर्य यह हुआ कि भाज्य में भाजक से भाग देने पर जो लब्धि मिलती है उस लब्धि को यदि भाजक मान लें तो इस स्थिति में लब्धि की जगह भाजक बैठ जायेगा । जैसे यहाँ भाज्य ४५ है तो

भाजक

$$५) ४५ (८ \text{ लब्धि, अथवा } ८) ४५ (५$$

$$\underline{४०}$$

५ शेष

$$\underline{४०}$$

५ शेष

दोनों स्थितियों में शेष बराबर रहेगा ।

*इसके ज्ञानके अर्थमें हर हर महादेव कहते हुए प्रत्येक प्राणी हे अनन्त अदृश्य परम शक्ति, हे महान् विभु हे महान् देव महादेव हमारी दुष्प्रवृत्तियों का हरण कर हमारे मन बुद्धि सभी इन्द्रियोंको सदा त्वच्छ एवं शुद्ध रखते हुए हमें सूक्ष्मता प्रदान करो । इसीलिए हे हर हर महादेव ! शान्त शाश्वत सुखमय वातावरणमें जीवके विचरण करने के लोक में प्रवेश करनेके मुख्य द्वारका नाम हरद्वार कहा गया है ।

तीस का १० दश तक का पहाड़ा कण्ठगत होने से भाजक २० तीस तक रहने से भाग देना आसान होता है। जैसे ६६ में ६ का भाग देना है तो ६ सते ६३ कम कर ६ शेष ७ लब्धि मौखिक उत्तर हो जाता है। ऐसे ही १७५ में ६ का भाग देना है तो उनीस नवे १७१ को कम करने से ६ लब्धि ४ शेष बच जाता है।

$१६० \div २०$ का मतलब भी २० नवें १८० कम कर शेष १० लब्धि ६ स्पष्ट दीखता है।

मानसिक भाग के अभ्यास के लिए प्रश्न

- (१) २५ में ५, ७२ में ६, १५ में १५, ६६ में १६ कै बार सम्भावित है।
- (२) ५६ में ८, ४८ में १२, ६० में से ६, १४४ में १८ कै बार घट सकता है।
- (३) ६१ को ७, और १७० को १७ बराबर भागों में बांटो।
- (४) २७ का चौथाई ४८ का आधा ४२ का छठा, ६६ का बारहवाँ भाग क्या है।
- (५) ५० में ४ और ६ कै बार सम्मिलित हैं।
- (६) ६३ में से ७, ६६ में से १०, १११ में से १२ जितनी बार संभव हो घटाओ।
- (७) १५० आम १० छात्रों में बराबर बांटने से प्रत्येक को कितने मिले।
- (८) एक परिवार में ८५ आम बाँटे गए प्रत्येक को ५ पाँच पाँच आम मिले वताओं उस परिवार में कितने सदस्य हैं।
- (९) मैंने १६ टेबुलें ११७ रु० में खरीदी प्रत्येक टेबुल का क्या मूल्य है।
- (१०) १६० पैर कितने मनुष्यों के होंगे।

बड़ी संख्याओं का भाज्य-भाजक

भाज्य और भाजक की बड़ी संख्याओं में भाग देने की विधि नीचे उदाहरण सहित समझनी चाहिये। जैसे—

८८२०६ में २५ का भाग देना है

भाजक है=२५) भाज्य=८८२०६ (भजनफल या लब्धि है=३५२८
७५

१३२

१२५

७०

५०

२०६

२००

६=शेष है ।

भाज्य में प्रथम अङ्क ८ है, वह २५ से छोटा है । इसलिए इसमें भाज्य का हजार स्थानीय दूसरा ८ लेने से ८८ होता है । इसमें भाजक का पहिला ही (दहाई स्थानीय अङ्क=२) ४ बार घटता तो है, किन्तु ४ से १५ को गुणा करने से १०० हो जायगा, वह ८८ में नहीं घटेगा । इसलिए स्थानीय मान का मूल्य जानकर ८ में २ को तीन ही बार घटाने से $३ \times २५ = ७५$ होता है वह ८८ में घट जाने से प्रथम शेष १३ बचता है । अब १३ के आगे भाज्य का शत स्थानीय अङ्क २ को लेने से १३२ होता है । १३२ में २ को यदि हम छः बार घटाये जो घटता है तो $२५ \times ६ = १५०$ होगा, वह १३२ से अधिक हो गया । इसमें १५० नहीं घटेगा, अतः यहाँ पर भी १३ में २ को छः बार न घटाकर पांच ही बार घटाने से $२५ \times ५ = १२५$ होता है, इसे १३२ में आसानी से घटाकर ७ यह द्वितीय शेष एवं ३७ द्वितीय लब्धि होती है । अब भाज्य का तीसरा दहाई स्थानीय शून्य अङ्क लेने से द्वितीय शेष का भाग ७० हो जाता है । यहां ७० में यद्यपि दो-तीन बार घट जाता है, किन्तु $२५ \times ३ = ७५$, ७० में नहीं घटेगा । ऐसी स्थिति में यहां

भी लब्धि दो ही लेते हुए $२५ \times २ = ५०$ को ७० में घटाने से २० द्वितीय शेष बचेगा, इसमें भाज्य का अन्तिम इकाई अङ्क सम्मिलित करने से भाज्य का स्वरूप २०६ होता है। यहांपर भी तारतम्य समझ कर आठ बार भाग लेने से $२५ \times ८ = २००$, $२०६ = २०० - ६$ यह अन्तिम शेष रह जाता है। इसलिए $८८२०६ \div २५$ का सही उत्तर लब्धि = ३५२८ शेष = ६ है, क्योंकि $(३५२८ \times २५) \times ६ = ८८२०६$ इस परीक्षण से भी सही है।

उदाहरण माला ११

इस क्रिया को और भी साफ समझने के लिए—

$$२५) ८८२०६ (३००$$

$$७५०००$$

$$१३२०६ (०५$$

$$१२५००$$

$$७०६ (००२$$

$$५००$$

$$२०६ (०००८$$

$$२००$$

$$६$$

लब्धि में क्रमशः आए हुए अङ्कों में प्रथम लब्धि का मान द्वितीय लब्धि से दसगुना है। एवं द्वितीय लब्धि तृतीय लब्धि की दशगुनी है इत्यादि। अथवा प्रथम लब्धि का दशम भाग दूसरी एवं द्वितीय लब्धि का दशम भाग तृतीय लब्धि इत्यादि क्रिया से स्पष्ट समझिए।

भाज्य में से सर्वप्रथम २५=भाजक का ३००० गुना घटाया तो १३२०६ शेष पहिला बचा फिर शेष १३२०६ में २५ का ५०० गुना १२५०० घटाया तब द्वितीय शेष ७०६ बचा तब द्वितीय शेष ७०६ में २५ का त्रीस गुना ५०० घटाया तो तृतीय शेष २०६ बचा अब तृतीय शेष २०६ में २५ का ८ गुना= २०० घटाया तो अन्तिम शेष ६ बचा जो २५ से सुतरां कम है। जब तक भाजक से शेष अधिक रहेगा तब तक भाग क्रिया चलती रहती है जिस स्थिति में परमाल्प शेष होता है वहीं भाग क्रिया समाप्त होती है।

अथवा इसे	$३००० + ५०० + २० + ८ = ३५२८$	३०००
यह सही लब्धि और ६ शेष है।		५०००
इसे अनेक प्रकार से बुद्धिमान जान		२०
लेते हैं।		८
		<hr/> ३५२८

उदाहरणमाला १२

- (१) ३७६, ६२३४, ७०८५ में २ से भाग दो।
- (२) ७०००, ८०२५, ६०१२६ में ३ से भाग दो।
- (३) ८२०४५, ३२८१३, ४५६७८ में ४ से भाग दो।
- (४) १२३४५, ७७७७७ में ५ से भाग दो।
- (५) ६०४०३ में से ७८६३४ में ६ से भाग दो।
- (६) ४५६८६ तथा ३२४८० में ७ से भाग दो।
- (७) ३८४७४, ३४५०६ में ८ से भाग दो।
- (८) ७२१२४, ६०००१ में ९ से भाग दो।
- (९) ३८६७२, ३२००० में १० से भाग दो।
- (१०) ७७४७७, में ११ से ३६६४२ में १६ से भाग दो।
- (११) ५७०८४ में १६ से तथा ३८६५६ में २६ से भाग दो।

(१२) $७२०४३, ६६१००$ में क्रमशः ३७ और ४८ से भाग दो ।

(१३) $१३०१३ \div २६६, २६५३४ \div ५८४$ क्या होता है ।

(१४) $६०८६ \div ५५५, ३६७८० \div ६२८$ क्या होता है

(१५) ६६६६६६ में ८८८८ से तथा २०८०४०० में ५४५६ से भाग दो ।

(१६) ३८४०७८६०६०१ को ६०७३५ से भाग दो ।

(१७) दो संख्याओं का गुणनफल ३५७४३५ हैं उनमें संख्या ७०५ है तो दूसरी को बताओ ।

(१८) ८१७ को कै वार जोड़ें कि ४३१३७६ हो जाय ।

(१९) एक मठ की पाठशाला का वार्षिक व्यय ५४५६६८ रुपया है तो बताओ मठ की पाठशाला का मासिक व्यय कितना है ?

(२०) ७८०१५३ में से ३४०५ को घटाया और फिर शेष में ३४०५ को घटाते जायें तो कै वार घटेगा ?

(२१) यदि लब्धि ३०७ है, भाजक ६८ और भाग शेष २६ है तो भाज्य क्या है ?

(२२) एक पण्डित की वार्षिक आय ११००० है तो बताओ उसकी मासिक आय क्या है तथा वह वार्षिक कितना खर्च करे कि वर्ष में उसके पास ३८०० रुपया बचे रहें, इतना रुपया बचाने के लिए उसे महीने में कितना खर्च करना चाहिये ?

(२३) एक स्फुटनिक ६० मिनट में पृथ्वी की परिक्रमा कर लेता है । यदि आकाश में जिस मार्ग से स्फुटनिक जा रहा है, उसकी गोलाई ६२०४० मील है तो बताओ स्फुटनिक की गति एक मिनट में कितने मील है ?

(२४) एक पण्डित ने अपने लड़के को पश्चिम की शिक्षा दिलाने में अपनी समग्र सम्पत्ति श्रेष्ठी के पास चौदह हजार रुपये में रेहन कर दी । जब लड़का योग्य होकर किसी संस्था में अध्यापक होकर ४०० रुपया प्रति मास प्राप्त करने लगा, जिसमें से वह २०० रुपया प्रति मास वचाते गया तो बताओ श्रेष्ठी के

ऋण से मुक्त होकर कितने समय में अपनी सम्पत्ति पर पूरा एकाधिकार प्राप्त कर लेगा ?

(२५) भारत राज्य से एक विश्वविद्यालय को अनुसन्धान के कार्य के लिए पांच लाख रुपये मिल रहे हैं। इस में ८० हजार में अनुसन्धान की सामग्री खरीदी गयी है। यदि सुयोग्य १० शोधकार्य कर्मकुशल पण्डितों में प्रत्येक को ५००) प्रति मास देकर नियुक्त किया जाय तो यह योजना कितने दिनोंतक चलेगी ?

(२६) उत्तर प्रदेश की विभिन्न परीक्षाओं में प्रति वर्ष २६०६५५२६ कापियाँ (उत्तर पुस्तकें) लिखी जाती हैं। यदि औसत में एक विद्यार्थी १३ तक उत्तर पुस्तकें लिखता है तो बताओ उत्तर प्रदेश की विभिन्न परीक्षाओं में कितने छात्र बैठते हैं यदि एक विद्यार्थी पर औसत व्यय १० रुपया लगता है तो इन परीक्षाओं का बाष्पक व्यय क्या होगा।

(२७) एक दानी धनिक ने संसार भर की समग्र प्रकार की पुस्तकों के सञ्चय करने और उन्हें सुरक्षित ढंग से रखने के लिए वाराणसी में एक विशाल भवन निर्माण के लिए अपनी सारी सम्पत्ति जो ३३ करोड़ रुपये की थी दे दी। यदि एक पुस्तक को प्राप्त करके उसकी सुरक्षा का औसत व्यय ४०० रुपया होता है तो बताओ इस विशाल पुस्तकालय में कितनी पुस्तकें आयेंगी।

(२८) ३० को ६० से गुणा कर उसमें ६० का भाग देने से क्या लब्धि होगी। तथा ४५ को ६० से गुणा कर ६० का भाग देने से क्या लब्धि होगी।

(२९) $४६८१००४२५ \div ६०$, $६३२१५००८३१६ \div ६६$,
 $४७१२३४१६३६१ \div १३२$ लब्धि और शेष बताओ।

२० से भाजक कम रहने पर मन ही मन भाग देने का अभ्यास हो जाना चाहिए।

७२६५६ में ७ का भाग देना है तो भाज्य के नीचे एक लकीर लगाकर, लब्धि के अंको को रखते शेष और आगे के अंक को उतारते पुनः भाग देते रहने से अभीष्ट उत्तर होता है जैसे— $७२६५४ \div ७ =$ लब्धि १०४२२ शेष

$$५१२ \div २ = ल० २५६ शेष = ०$$

$$५१२ \div ३ = ल० १७० शेष = २$$

$$५१२ \div ४ = ल० १२३ शेष = ०$$

$$३०७२ \div १३ = ल० २३६ शेष = ४$$

$$४५६६७८ \div १८ = ल० २५३७१ शेष = ०$$

उदाहरण माला १३

$$(१) ३४५६१ \div २, ७८९३० \div ३, ८०३५८ \div ४, १२७९२ \div ५।$$

$$(२) ८०७०४० \div १२, १३५६८९ \div १३, ४५७८२ \div १४, ७४३०८० \div १५$$

(३) ३४५६७८९, ८०७०४०३० और ९८७६५४३२१ में से प्रत्येक को २०३, ४, ५, ६, १९, २० से अलग अलग मौखिक भाग दो।

संख्याओं के भेद

संख्या दो प्रकार की हैं—

(१) कुछ संख्या इस प्रकार की हैं जो अत्यन्त स्वतन्त्र हैं। जिनमें किसी पूर्ण संख्या का सम्बन्ध गुणा या भाग का नहीं होता है। ये कुछ संख्याएँ ऐसी हैं जिनमें केवल १ ही संख्या का भाग पूरा लगता है। अर्थात् एक से अतिरिक्त वह संख्याएँ अन्य किसी अंक से कटती नहीं या उनमें किसी अन्य संख्या का अपवर्तन (विभाजन) नहीं होता है। जैसे १, ३, ५, ७, ११, १३, १७, १९ इत्यादि ये दृढ़ संज्ञाएँ कहीं जाती हैं।

(२) जहाँ दृढ़ संज्ञाओं की स्वतन्त्र सत्ता है वहाँ कुछ संख्याएँ ऐसी भी हैं जिनमें १ या एक से अधिक संख्याओं का अपवर्तन (विभाजन) हो सकता है। जैसे २, ४, ६, ८, ९, १०, १२, १४, १६, १८, २०, २१, २७, ३०, ३३ इत्यादि ये अदृढ़ संख्या हैं।

दृढ़ संख्याओं में जिनके अन्त में २, और ५ को छोड़कर जितनी दृढ़ संख्याएँ होगी उनके अन्त में १, ३, ७, ९ इत्यादि कोई अंक अवश्य होगा।

(१) जिन दो संख्याओं में जो एक छोटी और एक बड़ी होती हैं, बड़ी संख्या में छोटी संख्या का भाग देने से यदि शेष कुछ न बचे तो छोटी संख्या बड़ी संख्या की अपवर्त्तनाङ्क संख्या कही जाती है तथा बड़ी संख्या का नाम अपवर्त्य होता है। जैसे २४ और ८ इन दो संख्याओं में २४ संख्या ८ से निःशेष विभक्त हो जाने से २४ बड़ी संख्या अपवर्त्य एवं ८ छोटी संख्या अपवर्त्तनाङ्क संख्या कही जाती है। प्रत्येक संख्या एक से निःशेष हो जाती है। इसलिए १ संख्या सब संख्याओं की अपवर्त्तनाङ्क संख्या सुतरां सिद्ध होती है और सभी संख्याएं एक की अपवर्त्य भी होती हैं।

(२) ०, २, ४, ६, ८, १०, १२ इत्यादि संख्याओं का नाम सम संख्या है तथा १, ३, ५, ७, ९, ११, १३, १५ ये सब संख्याएं विषम संख्याएं कही जाती हैं, अतः जिन संख्याओं के अन्त में ०, २, ४, ६ इत्यादि हों, वे संख्याएं २ से अवश्य कट जाती हैं। जैसे $४४ \div २ = २२$, $५६ \div २ = २८$, $६२ \div २ = ३१$, $७८ \div २ = ३९$, $८० \div २ = ४०$ होता है।

(३) जिन संख्याओं का योगफल ३ या ६ या ९ या १२ या १५ हों, वे संख्याएं भी ३ से अवश्य कटती हैं। जैसे एक संख्या ७५ है, इसके दोनों अङ्कों ७ और ५ का योग १२ होता है। १२ संख्या ३ संख्या से कटती है, इसलिए ७५ भी ३ से अवश्य कटेगा। जैसे १०५ के अङ्कों का योग ६ है, जो ३ से कटता है तो १०५ भी ३ से अवश्य कटेगी। इसी प्रकार ७३५ के अङ्कों के योग से १५ संख्या में ३ का पूरा भाग लगने से ७३५ संख्या भी ३ से अवश्य कटेगी। $७३५ \div ३ = २४५$ ।

(४) इसी प्रकार जिस संख्या के दाहिनी ओर के दो अङ्कों से बनी हुई संख्या ४ से कटती है या जिसके दाहिनी ओर दो शून्य होते हैं वह संख्या भी ४ से कटेगी। इसी प्रकार जिस संख्या के दाहिनी ओर के तीन अङ्क ८ से निःशेष होते हैं वह संख्या भी ८ से अवश्य कटेगी। जैसे, ६८२८ के दाहिनी ओर के दोनों अङ्कों से बनी २८ संख्या ४ से कटती है तो ६७२८ भी ४ से कटती है $६८२८ \div ४ = २४५७$, इसी प्रकार ६८८८ के दाहिने दो अङ्क ८ से

कट रहे हैं तो ६८८८ संख्या भी ८ से अवश्य कट रही है $६८८८ \div ८ = १२३६$ है ।

(५) जिस संख्या के अन्त में ० या ५ हो वह संख्या ५ से अवश्य कटती है जैसे $१०० \div ५ = २०$, या १०५ , $११५ \div ५ = २१, २३$ इत्यादि ।

(६) वह संख्या जिसके सब अङ्कों का योग ६ से कटता है वह संख्या भी ६ से निः शेष होगी । जैसे ५४ के अङ्कों का योग = ६ है जो ६ से कटता है । इसलिए ६३, ७२, ८१ या १२६, १४४, १६२, इत्यादि अनेक संख्याएं ६ से कटेंगी ।

(७) जिस संख्या के दाहिनी ओर के अङ्क ०, ००, ०००, ०००० इत्यादि होते हैं वह संख्या ५ एवं १०, १००, १००० इत्यादि से कटेगी ।

जैसे $१० \div १० = १$, $१०० \div १० = १०$, $१०००० \div १०० = १००$, $१००००००० \div १००० = १०००००$ समझना चाहिए ।

(८) जिस संख्या के विषम स्थानों (१, ३, ५, ७) के अङ्कों का योग तथा सम स्थानों के (२, ४, ६ आदि) अङ्कों के योग का अन्तर शून्य होता है वह संख्या ११ से कटेगी । जैसे, २०८७२५ में विषम स्थान बायें से ५ + ७ + ० = १२ समस्थान बाएं से २ + ८ + २ = १२ इन दोनों योगों का अन्तर = $१२ - १२ = ०$ होने से $२०८७२५ \div ११ = १८६७५$ होता है ।

इसी प्रकार १६६५७८४२ में विषम स्थानों का अङ्क योग = २१, समस्थानीय अङ्क योग = २१ इन दोनों का अन्तर = $२१ - २१ = ०$, अतः $१६६५७८४२ \div ११ = १५४१६२२$ होता है ।

इसी प्रकार ७, १३, १७, १६, २६, ३७, ४७, ७३ आदि अङ्कों से कटने वाली अङ्क संख्याओं का ज्ञान व नियम जाने जा सकते हैं ।

खण्ड गुणा

गुण्य को किसी बड़े अंक से गुणा करने में यदि असुविधा मालूम पड़े तो गुणक के खण्ड कर पृथक् पृथक् खण्डों से गुणा करने में सहूलियत होती है ।

जैसे ३८८×२५ को यदि $२५ = ५ \times ५$ है तो $३८८ \times ५ = १९४०$ फिर $१९४० \times ५ = ९७०० = ३८८ \times २५$ हो जाता है ।

४३६ को ४५ से गुणा करना है तो ४५ के बड़े खण्ड ६×५ होते हैं इससे भी छोटे खण्ड $३ \times ३ \times ५$ होते हैं । अतः $४३६ \times ३ = १३१७$ पुनः $१३१७ \times ३ = ३९५१$ पुनः $३९५१ \times ५ = १९७५५$ सीधे से उत्तर हो जाता है ।

किसी संख्या को ५ से गुणा करने का सरल तरीका यह भी है कि उस संख्या में आगे एक शून्य रखकर दो से भाग दे देना चाहिए ।

जैसे $३९५१ \times ५ = ३९५१० \div २ = १९७५५$ ।

किसी संख्या को ३५ से गुणा करना है तो उसे ५ से एवं पुनः ७ से गुणा करने से भी गुणनफल ठीक होगा ।

जैसे $१०५ \times ३५ = १०५ \times १० = १०५० \div २ = ५२५, ५२५ \times ७ = ३६७५$ होगा ।

यदि किसी संख्या को २४८ से गुणा करना हो तो दो पंक्तियों में ही गुणनफल निकाला जा सकता है । जैसे ५४३ को २४८ से गुणा करना है । तो—

५४३	अथवा ५४३	अथवा ५४३	$३१ \times ८ = २४८$
२४८	२४८	३१	
<hr/>	<hr/>	<hr/>	
४३४४	४३४४	५४३	
१३०३२	२१७२	१६२६	
<hr/>	१०८६	<hr/>	
१३४६६४ होता है	<hr/>	१६८३३	
	१३४६६४	८	

८ के गुणनफल ४३४४ को ३ से गुणा करने से $८ \times ३ = २४$ का गुणनफल १३०३२ हो जाता है १३४६६४ स्थान क्रम से दोनों को पुन जोड़ देने से २४८ का गुणनफल = १३४६६४ होता है ।

किसी संख्या को २५ से गुणा करने का तात्पर्य उस संख्या के आगे दो शून्य रखकर उसमें ४ का भाग देना ।

जैसे $२५ \times २५ = २५०० \div ४ = ६२५$

इसी प्रकार यदि गुणक २५ की जगह ३५ हो तो पहिले २५ से पुनः १० से गुणा करनेसे गुणनफल ठीक हो जावेगा ।

जैसे ४५×३५ , $४५ \times २५ = ४५०० \div ४ = ११२५ = २५$ का गुणा

$$४५ \times १० = ४५० \quad = ४५० = १० \dots\dots$$

$$१५७५ = ३५ \dots$$

यदि किसी संख्याको ७५ से गुणा करना हो तो पहिले उसे १०० से गुणाकर एक जगह रखिए पुनः २५ से गुणा कर दूसरी जगह रखिए दोनों का अन्तर करनेसे ७५ का गुणनफल हो जाता है।

जैसे ८०×७५ तो $८० \times १०० = ८००० = १००$ का गुणा

$$८००० \div ४ = २००० = २५$$
 का गुणा

$$६००० = ७५$$
 का गुणा

१२५ से गुणा करते समय गुण्यके आगे ००० रखकर आठ से भाग देना चाहिए । जैसे $३४६ \times १२५ = ३४६००० \div ८ = ४३२५०$

किसी संख्याको ६, ६, ६, ६ आदि से गुणा करना है तो उस संख्याके आगे जितने ६ हैं उतने शून्य रखकर उसमें दी हुई संख्या को घटा देने से अभीष्ट गुण-फल होता है

$$\text{जैसे } १८ \times ६ = १८० - १८ = १६२$$

$$\text{अथवा } १८ \times ६६ = १८०० - ६६ = १७०१$$

$$\text{अथवा } १८ \times ६६६ = १८००० - ६६६ = ७७००$$

अध्याय ४

श्रेढी का गणित

भास्कराचार्य ने अपनी अङ्क गणित की पुस्तक “लीलावती” में विद्यार्थियों के लिए, जो सरलता से हल हो जाता है और सारे गणित संसार के लिये अत्यन्त प्रसिद्ध भी है, ऐसा सुन्दर और आनन्द दायक गणित बताया है जो नीचे है।

१ से लेकर अङ्कों की किसी संख्या तक के अङ्कों का योगफल ज्ञात करने के लिए नियम है कि—

सबसे अन्त की संख्या को उसके आगे आनेवाली संख्या से गुणा कर २ का भाग देने से एक से अभीष्ट अन्त अङ्क तक की अङ्क संख्याओं का योगफल हो जाता है।

जैसे—१ से ६ तक की संख्याओं का योगफल जानना है तो $१ + २ + ३ + ४ + ५ + ६ + ७ + ८ + ९ = ४५$ होगा। यहाँ ९ तक की संख्याओं को जोड़ना सम्भव है अतः यह जोड़ कर ४५ उत्तर बता देना यहाँ तो सम्भव है, लेकिन यदि १ से ६६ तक के अथवा १ से ६६६ तक के अङ्कों का कोई योगफल पूछे तो उक्त क्रिया से उत्तर बताने में विद्वान् भी असमर्थ है विद्यार्थी के लिए तो कहना ही क्या। इस कठिनाता को दूर कर आसान तरीका यह है कि सबसे अन्त की संख्या में १ जोड़ कर जो अङ्क आवे उसे अन्त अङ्क से गुणा कर तथा दो से भाग देने से सही उत्तर आ जाता है। जैसे अन्त का अङ्क ६ में १ जोड़ कर १० हुआ, इसे ६ से गुणा कर २ से भाग दे देने से $\frac{१० \times ६}{२} = ४५$ यह सही

उत्तर हुआ।

उदाहरण (२) एक से १६ तक के अङ्कों का योग क्या होगा ? तो

$$१६ + १ = २०, \quad \frac{२० \times १६}{२} = १६० \text{ उत्तर हुआ।}$$

इसी प्रकार उदाहरण (३) एक से ६६६ तक के अङ्कों का योगफल क्या होगा ? तो $६६ + १ = १००$, अतः $\frac{१०० \times ६६}{२} = ५० \times ६६ = ४६५०$ होगा।

इस गणित का लीलावती में—

“सैकपदघ्नपदार्धमथैकाद्यांकयुतिः किल संकलिताख्या।
सा द्वियुतेन पदेन विनिष्नी त्रिहृता खलु संकलितैक्यम्” ॥ सूत्र है।

उदाहरण माला १४

- | | |
|-----------------------------------|---------------------------------------|
| (१) $१ + २ + ३ \cdots २०$ | (६) $१ + २ + ३ + ४ + १०००$ |
| (२) $१ + २ + ३ \cdots ३०$ | (७) $१ + २ + ३ + ४ + ५०००$ |
| (३) $१ + २ + ३ \cdots ४५$ | (८) $१ + २ + ३ + ४ \cdots ६६$ |
| (४) $१ + २ + ३ + ४ + \cdots ७५$ | (९) $१ + २ + ३ + ४ \cdots ७१$ |
| (५) $१ + २ + ३ + ४ \cdots १००$ | (१०) $१ + २ + ३ + ४ + ५ \cdots ६६६$ |

विशेष प्रश्नों के लिए विशेष नियम

यदि आदि के किसी अभीष्ट अङ्क से किसी अन्त के अभीष्ट अङ्क तक की संख्याओं का जोड़ जानना है तो पहिले १ से लेकर उस द्वितीय अभीष्ट अङ्क तक की संख्याओं का संकलन पहिले नियम से करना चाहिए। तथा १ से आदि के अभीष्ट अङ्क तक की संख्याओं का योग कर इसे पूर्व संकलन में घटा देने से आदि के अभीष्ट अङ्क से अन्त के अभीष्ट अङ्क तक का योगफल हो जाता है।

जैसे— $११ + १२ + १३ + \cdots २५$ को जोड़ना है। तो पहिले १ से लेकर २५ तक का संकलन $२५ + १ = २६$, $२६ \times २५ \div २ = ३२५$ हुआ।

तत्पश्चात् १ से १० तक के अङ्कों का योग $= १० + १ = ११$, $११ \times १० \div २ = ५५$ हुआ।

अब $३२५ - ५५ = २७०$ यह प्रथम अभीष्ट अङ्क ११ से द्वितीय अभीष्ट अङ्क २५ तक के बीच की संख्याओं का योग हुआ ।

उदाहरण माला १५

$$(१) ४० + ४१ + ४२ \cdots ६०$$

$$(२) १०० + १०१ + १०२ + \cdots २००$$

संक्रमण गणित

किन्हीं दो संख्याओं का योग और उन्हीं दोनों संख्याओं का अन्तर भी विदित है तो उन दोनों संख्याओं को पृथक् पृथक् जानने के गणित का नाम संक्रमण गणित है ।

दोनों संख्याओं के योग और दोनों संख्याओं के अन्तर का, उनके योग और अन्तर में दो का भाग देने से वे दोनों संख्याएँ पृथक् पृथक् ज्ञात हो जाती हैं ।

उदाहरण—यदि दो संख्याओं का योग १०१ और अन्तर २५ है तो उन दोनों संख्याओं को बताओ ।

$$१०१ + २५ = १२६, १२६ \div २ = ६३ \text{ यह बड़ी संख्या हुई ।}$$

$$१०१ - २५ = ७६, ७६ \div २ = ३८ \text{ यह छोटी संख्या हुई ।}$$

उदाहरण माला १६

(१) दो संख्याओं का योगफल ३७६ है और उनका अन्तर ११४ है तो बड़ी संख्या बताओ ।

(२) उन दो संख्याओं में से बड़ी संख्या को बताओ जिनका योगफल ८६२५१ अन्तर ३८५ है ।

(३) दो संख्याओं का योगफल ८३६५७ है और उनका अन्तर ७४८२१ है तो छोटी संख्या बताओ ।

(४) उन दो संख्याओं में से छोटी संख्या को बताओ जिनका योगफल ७६३५८ और अन्तर ३४५६ है ।

(५) दो संख्याओं का योगफल ८५२७ है और उनका अन्तर ७२६ है तो उन संख्याओं को बताओ ।

(६) उन दो संख्याओं को बताओ, जिनका योगफल १०,००० है और अन्तर ८८८ है ।

दशमलव गणित

दशमलव शब्द का सीधा अर्थ होता है दशवाँ विभाग, दशवाँ अंश, दशवाँ हिस्सा या दशम अंश, इससे भी और सरल अर्थ यह है कि किसी पदार्थ का दश विभाग कर देना ।

यद्यपि किसी अंक के हम अनेक विभाग कर सकते हैं, इसमें जब जैसी आवश्यकता पड़े, उस अङ्क के अपनी आवश्यकता के अनुसार प्रत्येक गणितज्ञ अनेक अभीष्ट विभाग कर सकता है, लेकिन गणित के व्यवहार में गणितज्ञों ने अङ्कों के दशम विभाग से ही गणित में अधिक सुविधा पायी है ।

हमारे भारत देश में हजारों वर्ष पहिले से ही गणित विद्या विकसित हो चुकी थी । आर्य भट्ट, वराह मिहिर जैसे ऊँचे गणितज्ञ यहाँ उत्पन्न हो चुके हैं । परन्तु ईसवी १११४ में खगोल विद्या में अत्यन्त निपुण तथा अङ्कगणित विद्या के मर्मज्ञ भास्कराचार्य ने सर्वप्रथम उक्त दशमलव गणित की अवतरणिका गणित संसार को दी है । उन्होंने अपनी लीलावती अङ्कगणित की पोथी में अङ्कों के आसन्न मूल की सूक्ष्मता के लिए अङ्कों का अभीष्ट से अभीष्ट सूक्ष्म मान जानने की विधि लिखी है, यहीं से दशमलव गणित का प्रादुर्भाव होता है ? जो

“वर्गेण महतेष्टेन हताच्छेदांशयोर्वधात्

पदं गुणपदक्षुण्णच्छिद्भक्तं निकटं भवेत्” से प्रसिद्ध है ।

उदाहरण द्वारा इसे समझने के लिए, एक रुपये में एक सौ नये पैसे होते हैं, तो एक रुपये का दशवाँ हिस्सा दश नये पैसे होते हैं । दश नये पैसे को हम

$\frac{१}{१०}$ एक बटे दश कहते हैं और एक के नीचे तिरछी लकीर देकर उसे लिखते हैं। इसी प्रकार एक रुपये के दो दशम भाग को $\frac{२}{१०}$, तीन दशम भाग को

$$\frac{३}{१०} \quad \frac{४}{१०} \quad \frac{५}{१०} \quad \frac{६}{१०} \quad \frac{७}{१०} \quad \frac{८}{१०} \quad \frac{९}{१०} \quad \frac{१०}{१०}$$

क्रमशः दश बटे दश भी कहते और लिखते हैं।

इसे हम व्यावहारिक भाषा में भिन्न = टुकड़े, अभिन्न = पूर्णाङ्क भी कहते हैं। एक रुपया पूर्ण अङ्क है और अभिन्न अङ्क है। एक से नीचे जितने अङ्क हैं, वह एक से छोटे और जितने अङ्क हैं, वे भिन्न=टुकड़े=हिस्से=विभाग=हर=छेद कहे जाते हैं।

इसलिए यदि एक रुपये को हम १०० नये पैसे में विभक्त करें तो प्रत्येक दशम विभाग दशमलव अर्थात् रुपये का दशवाँ हिस्सा होता है। तात्पर्य यह निकला कि एक रुपये का—

एक दशमलव = $\frac{१}{१०}$ = दश नया पैसा

६ दशमलव = $\frac{६}{१०}$ = ६० न. पै.

दो दशमलव = $\frac{२}{१०}$ = २० नया पैसा

” ७ ” = $\frac{७}{१०}$ = ७० न. पै.

तीन दशमलव = $\frac{३}{१०}$ = ३० नया पैसा

” ८ ” = $\frac{८}{१०}$ = ८० न. पै.

चार दशमलव = $\frac{४}{१०}$ = ४० नया पैसा

” ९ ” = $\frac{९}{१०}$ = ९० न. पै.

पाँच दशमलव = $\frac{५}{१०}$ = ५० नया पैसा

” १० ” = $\frac{१०}{१०}$ = १०० न. पै.

जिस प्रकार किसी अंक राशि में, दाहिनी से बायीं दिशा का अंक दश गुना जैसे २ बढ़ रहा है, ठीक इसी का विलोम बाएं से दाहिनी तरफ का प्रत्येक अङ्क अपने बाएं से दशगुना घट भी रहा है। जैसे १२३ में १ के द्वितीय दश गुने से दो अधिक में दो अङ्क है, और एक के एक दशगुने एक सौ में १ अङ्क है अर्थात् विलोमतः यह भी कह सकते हैं कि १ सौ के दो दशवें विभाग में दो है

अर्थात् २० है तथा एक के एक दशवें विभाग का तीन गुने में ३ है इत्यादि सर्वत्र समझना चाहिए ।

तात्पर्य यही है कि कोई अङ्क जो लाख, हजार, इत्यादि जैसे भी अपना मान प्रकट करता है तो उसके दाहिनी तरफ का अङ्क हजार सैकड़ा इत्यादि में अपना मान प्रकट कर रहा है । इसके पश्चात् और दाहिनी तरफ का अङ्क अपनी इकाई मान का माप सिद्ध कर रहा है ।

यदि इकाई अङ्क के और दाहिने भी अङ्क रखे जाय तो वे अपना मान क्रमशः दशवाँ, सौवाँ, हजारवाँ लाखवाँ दशलखवाँ भाग इत्यादि मान सिद्ध करेंगे । यहाँ इस स्थिति में एक स्वयं सिद्धान्त प्रत्यक्ष हो रहा है कि बाईं तरफ का अङ्क जैसे इकाई दहाई सैकड़े आदि हो रहा है तो ठीक इसके विपरीत में दाहिनी तरफ का अङ्क दशवाँ भाग, सैकड़े का भाग, हजारवाँ भाग, दशहजारवाँ भाग लाखवाँ भाग बता रहा है ।

अतः सैकड़े, दहाई, इकाई, दशवाँ, सौवाँ, हजारवाँ. दशहजारवाँ
 ७ २ ५ २ ४ ५ ६

अतः उक्त संख्या क्रम निम्न भाँति का होगा—

$७२५ + \frac{३}{१०} + \frac{४}{१००} + \frac{२}{१०००} + \frac{५}{१००००}$ इत्यादि । इस क्रम को अधिक साफ और सरल करने के लिए गणितज्ञों ने इकाई के स्थान के अङ्क को स्पष्ट प्रकट करते हुए वह अङ्क जिसके आगे (.) चिह्न रख दिया जाय वहाँ पर निश्चित इकाई का अङ्क है । (.) इसी चिह्न को आगे के विभागों को जानने के लिए दशमलव चिह्न कहते हैं ।

४४.२५ से $४४ + \frac{३}{१०} + \frac{५}{१००}$ एवम् ३१.२६८७ से $३१ + \frac{३}{१०} + \frac{६}{१००} + \frac{८}{१०००} + \frac{७}{१००००}$ इत्यादि समझा जावेगा ।

$३१ + \frac{२}{१०}$ अथवा ३१.२ को एकतीस दशमलव दो पढ़ते हैं इसी प्रकार

$३१ + \frac{२}{१०} + \frac{६}{१००}$ अथवा ३१.२६ को एकतीस दशमलव दो नौ पढ़ते हैं ।

इस प्रकार ३१.२६८७ को हम एकतीस दशमलव दो नौ आठ सात पढ़ेंगे ।

यदि १५.०५६ ऐसा हो तो उसे $१५ + \frac{०}{१०} + \frac{५}{१००} + \frac{६}{१०००}$ लिखेंगे

अथवा पन्द्रह दशमलव शून्य पांच छै ऐसा पढ़ेंगे । इसका तात्पर्य १५ पूर्णाङ्क के आगे, दशमलव की उत्तरोत्तर दशगुणित दशमलव पद्धति से शून्य पांच छै अङ्क अपने मान से हैं ।

०.३४५ का अर्थ $० + \frac{३}{१०} + \frac{४}{१००} + \frac{५}{१०००}$ या शून्य दशमलव तीन

चार पांच पढ़ा जावेगा । विन्दु के बाईं ओर के अङ्कों को पूर्णाङ्क राशि और उसकी दाहिनी ओर के अङ्कों को दशमलव भिन्न कहते हैं ।

दशमलव भिन्न के अन्त के अङ्क की दाहिनी ओर शून्य बढ़ाने से दशमलव के मान में विकार नहीं होता । जैसे $४.३५ = ४.३५० = ४.३५००$ इन शून्यों से अन्य अङ्कों का स्थान दशमलव विन्दु में कोई विकार पैदा नहीं होने देता है ।

$१५ = १५.०००$ पूर्णाङ्क राशि पन्द्रह को जहाँ वह स्वतन्त्र है अवयव हीन पूर्णाङ्क है वहाँ पन्द्रह दशमलव शून्य शून्य बोल सकते हैं ।

किसी संख्या के दशमलव अङ्क का मान क्रम से दशवाँ सौवाँ हजारवाँ इत्यादि भाग हो जाता है जैसे दशमलव विन्दु के पास दाहिनी ओर को एक दो इत्यादि शून्य रखे जाते हैं ।

$$१ = \frac{१}{१०}$$

$$०.१ = \frac{१}{१००}$$

$$.001 = \frac{1}{1000}$$

$$.1000 = \frac{1}{10000}$$

दशमलव बिन्दु को दाहिनी ओर को एक दो तीन स्थान हटाकर रखने से दशमलव भिन्न १०, १००, १००० से गुणित हो जाती है और इसके विपरीत दशमलव बिन्दु को बाई ओर को एक दो तीन स्थान हटाकर रखने से वह १०, १००, १००० से विभाजित हो जाती है।

जैसे— $30.41 = 3041 \times 10$ अथवा $304.1 \div 10 = 30.41$ इत्यादि

उदाहरण माला १७

इनको दशमलव में लिखो

$$(१) \frac{3}{10} \quad (२) \frac{2}{100} \quad (३) \frac{7}{100}$$

$$(४) \frac{1}{10} \quad (५) \frac{4}{1000} \quad (६) \frac{8}{1000000}$$

$$(७) 12 + \frac{4}{100} + \frac{6}{1000000}$$

$$(८) \frac{1}{100} + \frac{3}{1000} + \frac{4}{1000000}$$

$$(९) \frac{1}{10000} + \frac{1}{100000000}$$

$$(१०) 100 + \frac{4}{10} + \frac{2}{1000}$$

निम्न लिखित संख्याओं में से प्रत्येक को १० और १००० से गुणा करो और भाग दो

(११) ७, (१२) २६, (१३), २, (१४) ०२, (१५) ३४,
(१६) ७०३, (१७) १००३, (१८) ०००७, (१९) ३६२, (२०)
२३४५, (२१) ३०००, (२२) १२३२

वह संख्या लिखो, जो ०००००१ की दश हजार गुनी हो)

(२४) वह संख्या लिखो, जो १०००० का दस लाखवाँ भाग हो ।

दशमलवों के जोड़ घटाव गुणा और भाग-

दशमलवों का जोड़ साधारण अङ्कों के जोड़ की तरह ही होता है, योगफल में दशमलव बिन्दु को नियत स्थान पर रख देना चाहिए ।

जैसे ७२.३०५, ७.०६ और ७८६६ को जोड़ें ।

यहाँ पर सावधानी से दशमलव बिन्दु को ठीक एक सीध में रखना चाहिए ।

७२.३०५

७.०६

७८६६

८०.१५४६

उदाहरण माला १८

इनको जोड़ें

(१) ३.१२, १२.०२३, ३२, ४.७

(२) ०.१, ३०, ७.४६६

(३) ४६.००७, ०००८, ३, १.३०२२

(४) १.३, ०.२५, ७६, ००५

(५) १.२३, २.३४५, ६.७८६१, ००००१

(६) ०.४, ०.०४, ६३, ०.२६

(७) ७४२५६ + ३४६.२७४ + ३०० + १०.००००१ + २०७

(८) ४०.००४ रु० + ७.२००७ रु० + ०.०००८ रु० + ३००.०३ रु० ।

दशमलव का घटाव या वाकी (शेष)

यहाँ भी पूर्ण राशियों की तरह घटाना चाहिए। और दशमलव बिन्दु को घटाने समय वियोजक अङ्कों के दशमलव बिन्दुओं को एक सीध में रखना चाहिए।

४'५७६ को ७'२६८० में घटाओ।

७'२६८०

४'५७६०

२'७२२

अथवा

१५'४८

४'५६६

१०'८८३

उदाहरण माला १६

- (१) ३७'०३६ को ४४'१२३ में से घटाओ।
- (२) ७'०३८६ को ६'०१ में से घटाओ।
- (३) ३७'३५ को १०० में से घटाओ।
- (४) १'२३४५ को ७'६७८६१२३ में से घटाओ।
- (५) १'६६६६ को ६ में से घटाओ।

मान बताओ

(६) ३'७८६ + ७'००२ - '००७६ + '१ - १'००००१

(७) ७०० - '००७ - '७०७८ - ३'१२३४५ + '०००२५

(८) ३'१४१५६ और ३'१४१६ में से कौन-सी संख्या द्वारा संख्या ३'१४१५६२६५३५ अधिक शुद्धता से प्रकट होती है।

एवें प्रश्न का हल निम्न है

३०१४१५६२६५३५	३०१४१६००००००
३०१४१५६०००००	३०१४१५६२६५३५
००००००२६५३५	०.००००००७३६४६५
३०१४१५६	६०१४१६
३०१४१५६२६५३५	३०१४१५६२६५३५
०००००००७३६४६५	०००००००७३६४६५

अतः उत्तर ३०१४१५६ से ।

दशमलव का गुणा

दशमलव के गुण्य और गुणक इन दो दी हुई संख्याओं को पूर्णाङ्क संख्या की भांति गुणा करते हुए दोनों में जितने दशमलव अङ्क हों गुणनफल में उतने ही अंकों को दशमलव अङ्क बना दो, जो गुणनफल में इतने अङ्क न हो जितने दोनों उत्पादकों में दशमलव अङ्क हैं तो बाईं ओर शून्य बढ़ा कर अङ्क संख्याओं को पूरी करलो ।

उदाहरण—

१३०३२५ को ३-२ से और ०००४६ को ३६ से गुणा करो—

(१)	१३०३२५	(२)	०००४६
	३०२		३६
	२६६५०		२७६
	३९६७५		१३८
	४२०६४०० उत्तर		०१६५६

उदाहरण माला २०

गुणा करो

(१) ३२४ को २०३ से (२) ७२४ को ५ से (३) ६७२३ को ००२ से (४) ३००३ को २०० से (५) ०२०२ को २०२० से (६)

४०३०'४ को ००७५ से (७) ४'३७६ को ३७ से (८) ००१२५ को २५ से (९) २'५४२'५४२'५ (१०) २'५४२'५४२'५ (११) ०'५४२'०८'०२, (१२) १'२४१'५४१'२ (१३) ११'११'११'११, (१४) २०'४२'४२'५ ।

दशमलव का भाग

भाजक पूर्ण राशि हो तो भाग देने का नियम निम्न है ।

उदाहरण—३२३५'६ को २५ से भाग दो ।

$$\begin{array}{r}
 २५ \overline{) ३२३५'६} \left(१२६'४२४ \right. \\
 \underline{५०} \\
 ७३ \\
 \underline{५०} \\
 २३५ \\
 \underline{२२५} \\
 १०६ \\
 \underline{१००} \\
 ६० \\
 \underline{५०} \\
 १०० \\
 \underline{१००} \\
 ० \\
 \times
 \end{array}$$

यहाँ भाग में पूर्णाङ्क की तरह भाग देते हुए भागफल में उसी समय दशमलव बिन्दु रख देना चाहिए जब पूर्ण राशि का भाग समाप्त हो जाय । शेष यदि बचे तो उसके आगे शून्य रख कर फिर भाग देकर लब्धि में दशमलव अङ्कों की दाहिनी तरफ वृद्धि तब तक करते रहनी चाहिए जब तक एक रुपता न आ जाय ।

सामान्य भिन्न के अंश को हर से भाग देने से वह भिन्न दशमलव रूप में प्रकट की जा सकती है ।

इस प्रसङ्ग में इस बात का भी ध्यान रखना चाहिए कि कोई भी भिन्न दशमलव गणित में परिणत की जा सकती है ।

जैसे $\frac{1}{4}$ किसी पदार्द का आधा है । तो उसे २) $\frac{1}{2}$ ('५ दशमलव पांच कह सकते हैं ।

इसी प्रकार $\frac{1}{8} = 1 \div 8 = 8) 1 (= 10 \div 8 = 125$ होता है ।

इसी प्रकार $\frac{1}{3} = 3) 1 (3333 \dots$ होता है ।

$$\begin{array}{r} 10 \\ 8 \\ \hline 20 \\ 8 \\ \hline 12 \end{array}$$

अर्थात् ऐसे स्थल पर सदा एक ही रूप का मान आने लगता है । तो $\frac{1}{3} = 3333$ आवर्त्त दशमलव कहना चाहिए ।

इसी प्रकार $\frac{1}{2} = 5$ पूर्ण दशमलव है ।

$\frac{1}{4} = 25$ आवर्त्त दशमलव है ।

$\frac{1}{5} = 20$ पूर्ण दशवाँ भाग (दशमलव पूर्ण) है ।

$\frac{1}{10} = 10$ दशवाँ भाग (दशमलव) पूर्ण है ।

उदाहरण माला २१

भाग दो—

(१) २६.२१ को २३ से (२) ३४.३ को २५ से (३) १२६.६ को १०८ से (४) ०.३०६ को ७२ से ।

पांच दशमलव अङ्को तक भाग निकालो । (५) ४२.५ को २३ से

(६) .०२६६ को २८१ से (७) १६७ को ७६ से (८) .०४१३२६ को १०१ से ।

(९) प्रमोदकुमार इन्जीनियर ने, अपनी बहिन अञ्जना के अध्ययन के लिये अपनी दैनिक आय से २.५ रुपया नियत रखते हुए, ३००० हजार रुपए सञ्चित करने का सत्संकल्प किया । बताओ यह रकम कितने समय में पूरी होगी (३० दिन=१ मास, १२ मास=१ वर्ष ।

(१०) लव और कुश के पास मिलाकर ७००*५० रुपया है, विधु (उपनाम मुनि) के पास लव और कुश के मिले हुए रुपयों से ३००.२५ कम हैं, कुश के पास विधु से ५० रुपए अधिक हैं, इन तीनों भाइयों के पास जितने रुपए हैं उसके आधे रुपए इनकी बहिन आशा के पास हैं तो बताओ प्रत्येक के पास कितने रुपए हैं ।

(११) हरगोविन्द के चाचा ने इसके महाविद्यालय के अध्ययन के लिए २५.७० रुपए मासिक का प्रबन्ध अपने पास से किया, ३०.३० रु० का प्रबन्ध विद्यार्थी सहायता कोष से हो गया । इस प्रकार एक साल की पढ़ाई के सुप्रबन्ध के साथ यही क्रम यदि और आगे के तीन वर्षों के लिए हो जाय तो हरगोविन्द की पूरी शिक्षा में कितना व्यय होगा ।

(१२) खुशी से खुरसाल अपने जेब खर्च से प्रति दिन .५ रुपया अपनी बहिन गुड्डी को देता गया बताओ अपनी जन्मतिथि के समय एक साल (३६५ दिन) में गुड्डी के पास कितना रुपया जमा हो जावेगा ।

(१३) चित्रा की वर्ष गांठ के शुभ दिन उसके मामा ने पेरिस से उसके लिए १०००*५०० रुपए उपहार में भेजे । इना ने इन रुपयों के आधा कें बराबर चित्रा की छोटी बहिन मधु को अपनी जेब से दे दिए । इनकी नानी ने चित्रा और मधु के पास जितने रुपए हुए उनका ३० गुना चित्रा के भाई योगी के भौतिक अनुसंधान के लिए जमा कर दिए तो बताओ योगी की भौतिक अनुसन्धान प्रयोगशाला के लिए कितने रुपए जमा हुए ।

—:—

उत्तरमाला

उदाहरण माला १

(१) सात, आठ, दस, सैंतालिस, निन्यानवे, छिहत्तर, चौवालिस, साठ, उनतीस, तिरसठ, निन्यानवे ।

(२) सौ, एक सौ ग्यारह, एक सौ इकतिस, एक सौ इक्यान्वे, चार सौ पॉच, पॉच सौ चौदह, छै सौ सात, आठ सौ तीस, नौ सौ निन्द्नवे ।

(३) एक हजार तीन सौ इकीस, एक हजार दो सौ बत्तीस, दो हजार तीन सौ बारह, तीन हजार दो सौ इकईस, तीन हजार एक सौ बाईस, छ हजार पचास, सात हजार नौ, नौ हजार नौ सौ निन्यानवे ।

(४) चौवन हजार तीन सौ इकईस, पैसठ हजार चार सौ बत्तीस, पैतालिस हजार छ सौ बत्तीस, छिहत्तर हजार पॉच सौ तैंतालिस, तीन लाख सरसठ हजार चार सौ तिरपन, सात हजार नौ सौ निन्यानवे, नौ हजार नौ सौ निन्यानवे ।

(५) छ लाख तैंतालिस हजार दो सौ उनइस, नौ लाख चौसठ हजार तीन सौ इकईस, चार लाख बत्तीस हजार एक सौ निन्यानवे, पॉच लाख तैंतालिस हजार दो सौ उन्नीस, नौ लाख बारह हजार तीन सौ अड़तालीस, नौ लाख निन्यानवे हजार आठ सौ निन्यानवे, नौ लाख निन्यानवे हजार नौ सौ निन्यानवे ।

(६) एक करोड़ तीन लाख चार हजार पॉच सौ सरसठ, सात करोड़ छियासी लाख चौवन हजार तीन सौ इकईस, अठहत्तर करोड़ एक्यानवे लाख ग्यारह हजार सत्रह, एक करोड़ तीन लाख पैतालिस हजार छ सौ अठहत्तर ।

(७) नौ करोड़ निन्यानवे लाख निन्यानवे हजार नौ सौ निन्यानवे, दस करोड़, दश करोड़ एक, नौ करोड़ नब्बे लाख नौ ।

- (८) १२ का स्थानीय मान = २ इकाई १ दहाई
 २५ का स्थानीय मान = ५ इकाई २ दहाई
 ३३ का स्थानीय मान = ३ इकाई ३ दहाई
 ७६ का स्थानीय मान = ६ इकाई ७ दहाई
 ६६ का स्थानीय मान = ६ इकाई ६ दहाई
 १२३ का स्थानीय मान = ३ इकाई २ दहाई १ सैकड़ा
 ३३६७ का स्थानीय मान = ७ इकाई ६ दहाई ३ सैकड़ा ३ हजार
 ८००६५०६ का स्थानीय मान = ६ इकाई ० दहाई ५ सैकड़ा ६ हजार ० दस
 हजार ० एक लाख ८ दस लाख

- (९) (३०१५६) १ के वायें का शून्य दस हजार की जगह है ।
 (४०००५०२१) २ के वायें का शून्य सैकड़ा की जगह है । ५
 के वायें के तीन शून्य दस हजार, लाख, दस
 लाख है ।

- (४०१२०३०४०५०६) ६ के वायें का शून्य दहाई है ।
 ५ के वायें का शून्य हजार है ।
 ४ के वायें का शून्य लाख है ।
 ३ के वायें का शून्य करोड़ है ।
 १ के वायें का शून्य दस अरब है ।

- (१०) पाँच अङ्कों की छोटी संख्या = १०००० है ।
 चार अङ्कों की बड़ी संख्या = ६६६६ है ।

उदाहरणमाला २

- (१) १३, ४५, ७६, ६१, ३१, २३, ४०, ६८ ।
 (२) १११, १०१, ५४०, ६७४१ ।
 (३) १३००, ५००, २००३, ४५४०१ ।
 (४) ३५०८०६ ।

(५) १०००००३०० ।

(६) २५०००००००००५० ।

(७) २२०२५३५४५३५३०० है ।

(८) ७१०००००००००००५, २५०००००००००००००२ है ।

(९) नौ अङ्कों की छोटी संख्या = १०००००००० ।

आठ अङ्कों की बड़ी संख्या = ६६६६६६६ ।

(१०) ५००८०६००१ सही उत्तर ।

(११) १०० ठीक है ।

उदाहरणमाला ३ मौखिक प्रश्न

उदाहरण माला ४

- (१) २१ । (२) ३० । (३) ३१ । (४) २६ । (५) ६८ ।
 (६) ० । (७) ६६ । (८) ७७ । (९) १४० । (१०) १६३ । (११)
 ५८३ । (१२) ११५१ । (१३) ७६२ । (१४) ४६६६ । (१५)
 १४६१७५ । (१६) २२६२४६४ । (१७) ३६६७६३४१ । (१८) ५३१२८४
 (१९) ६८४६१०७६३ । (२०) १०२४६४५१ । (२१) ३१२६२२३२१८ ।
 (२२) ४६४५१३३१ । (२३) ३६३६ । (२४) १८६० । (२५) ३६५ ।
 (२६) १०२ लाख या एक करोड़ दो लाख । (२७) २३५ । (२८)
 २१२११० । (२९) ४०६ । (३०) ६०७८३ । (३१) १६३७५ पै० अथवा
 १६३ रु० ७५ न० पै० । (३२) ६१५०१ रुपए । (३३) १३३२ ।

उदाहरण माला ५ मौखिक प्रश्न

उदाहरण माला ५ (अ)

- (१) ४३ । (२) ५२ । (३) २२२ । (४) ५४३ । (५) ४३२१ ।
 (६) २५ । (७) ६ । (८) १८६ । (९) ३१५ । (१०) ४६४१ ।
 (११) २०६६ । (१२) ६४६६२४७ । (१३) १ । (१४) ६१०५६,
 (१५) २१०८६ । (१६) ६८८८८१ । (१७) ६६६६८१, ६६६६६५,

६६०५२५, ६००५५४, ६५६५०० । (१८) ६२६६४ । (१९) ६६६७१ ।
 (२०) ७६ वर्ष । (२१) सन् १८८६ में । (२२) २००० । (२३)
 ३५२४२ । (२४) ३००००६०० । (२५) ४५०३६०० । (२६) ६०००१ ।

उदाहरण माला ५ (क)

(१) ४५८ । (२) ६२७८४ । (३) २७४० । (४) २८८ । (५)
 १६८३६ १६ (६) ६७० । (७) ६६६० । (८) १४००६ । (९) ६२७८८
 (१०) ६६८३ ।

उदाहरण माला ६ मौखिक है

उदाहरण माला ७ (क)

(१) ४६ । (२) ६६ । (३) ८४ । (४) १६५ । (५) २७२ ।
 (६) ५२२ । (७) ७८४ । (८) ६८४ । (९) ६८७ । (१०) २८३५ ।
 (११) ७६११ । (१२) ३५४४५ । (१३) ६६३२४५ । (१४) ६८१५८,
 १०२२३७, १३६३१६, १७०३६५, २०४४७४, २३८५५३, २७२६३२,
 ३०६७११ । (१५) ३६२५ ।

उदाहरण माला ७ (ख)

(१) १०७७० । (२) २८१४०० । (३) १६५२५० । (४)
 ४२१८०० । (५) ३५१०० । (६) ५७६०३०० । (७) २४०४०००० ।
 (८) ८१०३६००० । (९) १८३०१८००० । (१०) ६५६५५०,
 ५८३६०००, ५१०६५०००, ४३७७०००००, ३६४७५००००० ।

उदाहरण माला ८

(१) १८७५ । (२) ५२४३२ । (३) ५१०६० । (४) १७१५३४०
 (५) ७१२८२३१७५ । (६) ६०६५६०४०००० (६) ७३८६६०६५६१६
 (८) २२२३७२६२२५०००० (९) २६६३३६२५००००० (१०) २२४-
 ७८२२६२४८० (११) १०६१२२८३५२२५०० (१२) ४७६१६ । (१३)

४५७०८ । (१४) ६३६२५ । (१५) ६६१४८ । (१६) ७३३५० ।
(१७) १४०६२४ । (१८) २३०६६० । (१९) ५०५२६० । (२०)
८२७६४ । (२१) ११३५६८६२५८० ।

(२२) ५३२७८६०० । (२३) ४५८० पैक्तियाँ । (२४) ६५३६४ । (२५)
१०७२७३५० । (२६) ६७६८८ । (२७) १५६२४६ । (२८) २०००००
लाख रुपया । (२९) ३४७६६०० योजन । (३०) ४७२५०० । (३१)
११२५० विद्यार्थी तथा ५६२५००० रुपया । (३२) ३७२६०० । (३३)
१६५८८८ ।

संलग्न गुणा

उदाहरण माला ९

(१) ४३२ । (२) ४७१६६४५ । (३) १६६७८५०० । (४) १६०५७०५
(५) १३१४ । (६) ८६४०० । (७) ३०२४६०० । (८) १८००० रु०
४५०० रु० (९) २५६० रुपये । (१०) २८८० आम ।

उदाहरण माला १०

(१) १, ४, ९, १६, २५, ३६, ४९ (२) ५७६ । (३) २५०० ।
(४) ४६२४ । (५) ८, २७, ६४, १२५, २१६ । (६) १००, ८०००,
२७०००, ६४००० । (७) १६, ८१, २५६, ६२५ । (८) ६२८८१ ।

उदाहरण ११ का हल वहीं है ।

उदाहरण माला १२

(१) १८८, ४६१७, ३५४२ शेष १ । (२) २३३३ शेष १, २६७५,
३००४२ । (३) २०५११ शेष १, ८२०३ शेष १, ११४१६ शेष २ । (४)
२४६६, १५५५५ शेष २ । (५) १५०६७ शेष १, १३१५५ शेष ४ । (६)

६५६६ शेष ३, ४६४० । (७) ४८०६ शेष २, ४३१३ शेष ५ । (८)
 ८०१३ शेष ७, १०००० शेष १ । (९) ३८६७ शेष २, ३२०० । (१०)
 ७०४३ शेष ४, २४६६ शेष ६ । (११) ३००४ शेष ८, १४६८ शेष ८ ।
 (१२) १६४७ शेष ४, २००२ शेष ४ । (१३) ४८ शेष १०१, ४५, शेष
 २५४ । (१४) १६० शेष २८६, ५८ शेष ३५६ । (१५) ११२ शेष ४५४३,
 ३८१ शेष ६६४ । (१६) ४२३६७ शेष ३७६०६ । (१७) ५०७ । (१८)
 ५२८ वार । (१९) ४५४६४ रुपया । (२०) २२६ वार । (२१) ३०११५ ।
 (२२) ६१६०० दद न० पै० । ६०० रु० महिना । (२३) ६८६ मील में
 तिहाई मील अधिक । (२४) ६ वर्ष । (२५) ७ वर्ष । (२६) २००५०४०
 छात्र तथा २००५० ४०० रुपए । (२७) ८२ लाख ५ हजार । (२८) ४५,
 ३० । (२९) ५५३४४४६ शेष १५ । ६५८४८६६६ शेष ६५,
 ३५६६६५६०१ शेष २६ ।

उदाहरण माला १३

(१) १७२८० शेष १, २६३१०, २००८६ शेष २, २५५८ शेष २ ।
 (२) ६७२५३ शेष ४, १०४३७ शेष ८, ३२१६८ शेष १०, ४६५३८ शेष १०,
 (३) १७२८३६४ शेष १ । ११५२२६३ । ८६४१६७ शेष १ । ६६१३५७
 शेष ४ । ५७६१३१ शेष ३ । ४६३८२७ । ४३२०६८ शेष ५ । ३८४०८७
 शेष ६ । ३४५६७८ शेष ६ । ३१४२५३ शेष ६ । २८०६५ शेष ६ । २६५६०६
 शेष ११ । २४६६१३ शेष ७ । २३०४५२ शेष ६ । २१६०४६ शेष ५ ।
 २०३३४० शेष ६ । १६२०४३ शेष १५ । १८१६३६ शेष ५ । १७२८३६
 शेष ६ ।

उदाहरण माला १४

(१) २१० । (२) ४६५ । (३) १०३५ । (४) २८५० । (५)
 ५०५० । (६) ५००५०० । (७) १२५२५०० । (८) ४६५० । (९)
 २५५६ । (१०) ४६६५०० ।

उदाहरण माला १५

(१) ३३१५ । (२) १५२५० ।

उदाहरण माला १६

(१) २४५ । (२) ४४८१८ (३) ४५६८ । (४) ३७६१ । (५) ४६२६ और ३८६६ (६) ५४५४ और ४५५६ ।

उदाहरण माला १७

(१) ३ । (२) २०१ । (३) ०७ । (४) १ । (५) ००५ ।
(६) ०००००६ । (७) १२०४००६ । (८) ०१३००५ । (९)
०००१०००१ । (१०) १००५०२ । (११) ७६० । (१२) २६०, २६ ।
२६०००, ०२६ । (१३) २, ५०२, २००, ०००२ । (१४) २, ००२,
२०, ००००२ । (१५) ३४, ३४, ३४००, ००३४ । (१६) ७०३, ७०३,
७०३०, ००७०३ । (१७) १००३, १००३, १००३, ००१००३ । (१८)
०७, ०००७, ७, ०००००७ । (१९) २६२, ३.६२, ३६२००, ०३६२ ।
(२०) २३४५, २३४५, २३४५०, ०२३४५ । (२१) ३००००, ३००,
३००००००, ३ । (२२) १२३२, १२३२, १२३२००, १२३२, (२३)
१ (२४) ०१ ।

उदाहरण माला १८

(१) २०१६३ । (२) ३७४७६ । (३) ४३३१ । (४) ८०३३ ।
(५) १०३६४११ । (६) १ । (७) ६५७२२३६ । (८) ३४७-
२३४७८ क०

उदाहरण माला १९

(१) ७०८४ । (२) १६७११ । (३) ६२६५ । (४) ७५५५-
४६२३ । (५) ७०००१ क० । (६) ६८८३०६ । (७) ६६६१६२ ।
(८) ३१४१५६ ।

उदाहरण माला २०

(१) ७४'५२ । (२) ३६'२ । (३) १३४४६ । (४) ६००६ ।
 (५) ४०'०४ । (६) ३०'२२८ । (७) १'६२०२३ । (८) ०००३१२५ ।
 (९) १५'२५ । (१०) ०'१५६२५ । (११) ००००८ । (१२) २'१६ ।
 (१३) १'३३१ । (१४) १ ।

उदाहरण माला २१

(१) १'२७ । (२) १'३७२ । (३) १'२ । (४) ०००४३ । (५)
 १'८४७८२ । (६) ००००६ । (७) २'४६३६७ । (८) ०००४० ।
 (९) ३ वर्ष ४ महीना । (१०) लव के पास २५०'२५, कुश के पास
 ४५०'२५, विष्णु के पास ४००'२५ आशा के पास ५५०'३७५ । (११)
 २०१६ रुपये । (१२) १८२'५ रुपए । (१३) ४५००२'२५ ।

—:०:—

❀ मुमुक्षु भवन वेद वेदाङ्ग पुस्तकालय ❀	
वा रा ग सी ।	
आगत क्रमांक.....	२६७४
दिनांक.....	५/६



परीक्षोपयोगी ग्रन्थ

* लघुसिद्धान्तकौमुदी "उपेन्द्रविवृति", तथा हिन्दी अनुवाद सहित	२.५०
* ग्र्यासिद्धान्तकौमुदी - विस्तृत हिन्दी व्याख्या, सिद्धि सहित	
५०४ — श्रीधरानन्द ११, ११	१२.००
* स्वप्नवाचस्पत्यम्—भा० टी०, जगदीशलाल शास्त्री	१.७५
* भारती—जगन्नाथ शास्त्री	१.२५
* द्वितीयदेश—भा० टी० विश्वनाथ भा	१.००
* छन्द प्रभा	०.३०
* इमरगोष—प्रथमकाण्ड, विश्वनाथ भा	०.७५
* तर्कसंग्रह—भा० टी०, ज्वालाप्रसाद गौड़	०.४०
* गणितप्रवेशिका—पं० केदारदत्त जोशी	१.००
* रघुवंश—१-५ सर्ग भा० टी० श्रीधारादत्त शास्त्री	३.००
* संस्कृतानुवादनिबन्धादर्श—पूर्णानन्द गौड़	१.५०
* दशकुमारचरित-पूर्वपीठिका, विश्वनाथ भा	१.५०
* चन्द्रालोक—भा० टी० सुबोध चन्द्र पन्त	३.५०
* रघुवंश—१३-१४ सर्ग, जनार्दन शास्त्री पाण्डेय	१.५०
* किरातार्जुनीयम् १-३ सर्ग—जनार्दन शास्त्री पाण्डेय	२.००
* मेघदूत—भा० टी०, मल्लिनाथ	१.२५
* पद्ममाला—भा० टी०	१.००

प्रकाशक :—

मोतीलाल बनारसीदास

दिल्ली : पटना : वाराणसी